

**Teoria de Van Hiele: os níveis de pensamento geométricos de alunos concluintes do Ensino fundamental**

**Van Hiele's Theory: Geometric thought levels of graduating Elementary School students**

**Teoría de Van Hiele: Niveles de pensamiento geométrico de los estudiantes que se gradúan de la Escuela Primaria**

Recebido: 21/10/2021 | Revisado: 01/11/2021 | Aceito: 05/11/2021 | Publicado: 18/12/2021

**Márcio Eugen Klingenschmid Lopes dos Santos**

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9812-5981>

Universidade Cruzeiro do Sul, Brasil

E-mail: [marcioeugen@gmail.com](mailto:marcioeugen@gmail.com)

**Talita Freitas dos Santos Mazzini**

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8051-281X>

Universidade Cruzeiro do Sul, Brasil

E-mail: [talifresan@hotmail.com](mailto:talifresan@hotmail.com)

## **Resumo**

Este artigo tem como objetivo geral identificar em que níveis de pensamento geométrico de Van Hiele, situam os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma Escola Estadual da Cidade de São Paulo, São Paulo/Brasil. Buscando identificar se ao concluir o Ensino Fundamental, os alunos alcançaram nível de pensamento geométrico necessário para dar seguimento ao conteúdo do Ensino Médio. Para a realização desta pesquisa nos apoiamos na teoria de Van Hiele (1957) que trata dos 5 (cinco) níveis de aprendizagem que o aluno passa para desenvolver o aprendizado geométrico. Como metodologia, aplicamos o teste elaborado pela equipe do Projeto Fundação. Devido a pandemia de COVID-19, aplicamos 80 testes presencialmente e outros 42 foram realizados em casa, totalizando 122 testes. Como principais resultados encontramos que os estudantes, situando-se, em sua grande maioria, no nível de visualização.

**Palavras Chaves:** Teoria de Van Hiele; Pensamento Geométrico; Ensino Fundamental.

### **Abstract**

The general objective of this article is to identify the levels of geometric thinking of Van Hiele, placing students in the 9th grade of elementary school at a State School in the City of São Paulo, São Paulo / Brazil. Seeking to identify whether, upon completing elementary school, students reached the level of geometric thought necessary to follow up on high school content. To carry out this research, we rely on the theory of Van Hiele (1957) that deals with the 5 (five) levels of learning that the student goes through to develop geometric learning. As a methodology, we applied the test developed by the Fundão Project team. Due to the COVID-19 pandemic, we applied 80 tests in person and another 42 were performed at home, totaling 122 tests. As main results we find that the students, standing, for the most part, at the visualization level.

**Keywords:** Van Hiele's Theory; Geometric Thinking; Elementary Education.

### **Resumen**

Este artículo tiene como objetivo identificar en qué niveles del pensamiento geométrico de Van Hiele se ubican los estudiantes del noveno grado de la Escuela Primaria de una Escuela Estatal de la Ciudad de São Paulo, São Paulo / Brasil. Buscando identificar si al completar la escuela primaria, los estudiantes alcanzaron el nivel de pensamiento geométrico necesario para continuar el contenido de la escuela secundaria. Para llevar a cabo esta investigación, apoyamos la teoría de Van Hiele (1957) que aborda los 5 (cinco) niveles de aprendizaje por los que pasa el estudiante para desarrollar el aprendizaje geométrico. Como metodología, aplicamos la prueba desarrollada por el equipo del Proyecto Fundão. Debido a la pandemia de COVID-19, aplicamos 80 pruebas en persona y otras 42 se realizaron en casa, totalizando 122 pruebas. Como principales resultados, encontramos que los estudiantes, mayoritariamente a nivel de visualización.

**Palabras clave:** Teoría de Van Hiele; Pensamiento geométrico; Escuela primaria.

## **Introdução**

Este artigo surge a partir do estudo da teoria de desenvolvimento dos níveis de pensamento geométrico de Dina Van Hiele-Geldof e Pierre Van Hiele, ambos em suas teses de Doutorado na Universidade de Utrecht, Holanda em 1957. A pesquisa deste casal holandês tornou-se conhecida no mundo a partir da publicação do primeiro artigo que tratava da teoria de desenvolvimento da aprendizagem, pois, até então, a teoria não era conhecida.

Neste trabalho nos propomos a identificar como se situam nos níveis de pensamento geométrico de Van Hiele, os alunos do 9º do Ensino Fundamental II de uma Escola pública da Cidade de São Paulo/Brasil. Buscando identificar se ao concluir a Ensino Fundamental II, os alunos alcançaram nível de pensamento geométrico necessário para dar seguimento aos conteúdos do Ensino Médio.

A metodologia utilizada nesta pesquisa baseou-se na aplicação do teste dos níveis de Van Hiele elaborado pela equipe do Projeto Fundão (NASSER; SANTANNA, 1997). Consta de 15 questões, distribuídas em três blocos, cada um deles correspondente a um dos níveis de van Hiele. Realizamos uma análise de dados com foco na perspectiva analítica, porém com categorização quantitativa devido aos registros deixados pelos alunos nos testes.

## **Referencial teórico**

### **Teoria de Van Hiele e o pensamento geométrico**

Professores de Matemática do Ensino Fundamental e Ensino Médio, constantemente apontam falhas no desempenho de seus alunos nas aulas de Geometria. Lamentam-se de uma série de problemas, como a dificuldade de levar os alunos a aprender algum conceito novo ou a de aplicar os conceitos aprendidos em exemplos semelhantes, pelo fato de estarem presos a fórmulas. Essa problemática ocorre não só no Brasil, mas em todo o mundo e vem sendo enfrentada por muitos anos (PAVANELLO, 1993).

Preocupados, diante desse problema enfrentado, dois professores holandeses, que davam aula de Matemática no curso secundário, passaram a estudar profundamente a situação com o objetivo de encontrar uma solução. Esses professores são Pierre Marie Van Hiele e Dina Van Hiele-Geldof, que, sob a orientação do educador matemático Hans Freudenthal, pesquisaram o ensino de Geometria com alunos de 12 e 13 anos, enfatizando a manipulação de figuras. O resultado dessa pesquisa foi publicado após concluírem o doutorado na Universidade de Utrecht. Dina faleceu logo depois de terminar a tese, então foi Pierre quem esclareceu, aperfeiçoou e promoveu a teoria de Van Hiele, como é conhecida (JAIME; GUTIERREZ, 1990).

A aplicação da metodologia de ensino baseada na teoria de Van Hiele, também considerada um modelo de aprendizagem, é uma possível estratégia para a reversão da problemática no ensino da geometria, pois, por ter sido originada em sala de aula, a teoria aliou os aspectos cognitivo e pedagógico do ensino da geometria (NASSER; SANTANNA, 1997). O modelo Van Hiele só não ficou totalmente no obscurantismo porque a União Soviética o adotou nos anos 60, após a reformulação do currículo de geometria em suas escolas.

O modelo demorou a merecer atenção internacional. Nos Estados Unidos, somente na década de 1970, motivados por encontrar soluções para os problemas com o ensino de geometria na escola secundária, muitos pesquisadores tomaram como base de estudos a teoria dos Van Hiele. Em 1973, Hans Freudenthal publicou um livro intitulado “Mathematical as an Task Educational” no qual citava o trabalho dos Van Hiele e, em 1976, o professor americano Izaak Wirsup começou a divulgar o modelo em seu país. O interesse pelas contribuições dos Van Hiele tornou-se cada vez maior após as traduções para o inglês feitas em 1984 por Geddes, Fuls e Tisher. De modo geral, tais pesquisas objetivavam testar a validade do modelo, a viabilidade, as vantagens de sua aplicação (CROWLEY, 1996).

No Brasil, um dos trabalhos pioneiros foi apresentado pelo professor Nilson José Machado no livro “Matemática e Língua Materna” da editora Cortez publicado em 1990, e em 1992, uma aplicação do modelo foi publicada pelo Projeto Fundação, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, numa apostila chamada “Proposta de Geometria segundo a teoria da Van Hiele” (KALEFF et al., 1994).

Andrade e Nacarato (2004), em pesquisa produzida no Brasil sobre as tendências didático-pedagógicas no ensino de Geometria a partir de trabalhos apresentados nos Encontros Nacionais de Educação Matemática no período de 1987 a 2001, apontam que, teoricamente, os trabalhos produzidos vêm se pautando pelo modelo Van Hiele, pela didática da Matemática Francesa e pelos construtos epistemológicos relativos à visualização e representação.

Os trabalhos como Ferreira (2013); Bezerra e Lopes (2016); Barguil (2016), Nascimento (2016); e Vital, Martins e Souza (2016) apontam como tendência do uso desses instrumentos no processo de ensino e aprendizagem de Geometria nas salas de aulas. Os mesmos sugerem a inversão do processo de ensino das Geometrias plana e espacial, visando melhorar a compreensão dos alunos. Tal fato é justificado pelas muitas dificuldades que os estudantes apresentam em diferenciar figuras planas de espaciais.

Franco e Dias (2020) constata a escassez de pesquisas que realizam mapeamentos ou estudos em relação à Geometria, especificamente referentes ao modelo de Van Hiele, e ressalta a necessidade de se refletir sobre o modelo e sua abordagem.

O modelo de Van Hiele tem servido de base para trabalhos desenvolvidos no Ensino Fundamental e Médio como "O Ensino do conceito de área no sexto ano do Ensino Fundamental: uma proposta didática fundamentada na Teoria de Van Hiele"(ARAÚJO, 2012) e "Ressignificando conceitos de Geometria Plana a partir dos estudos de sólidos geométricos"(OLIVEIRA, 2012) abordando, principalmente, os níveis iniciais do mesmo. Os autores destacam que o modelo tem influenciado, também, pesquisas desenvolvidas em ambientes computacionais, envolvendo a Geometria.

### **Descrição da teoria de Van Hiele**

O modelo de desenvolvimento geométrico e as fases de aprendizagem desenvolvidas pelos Van Hiele propõem um meio de identificar o nível de maturidade geométrica dos alunos e indicam caminhos para ajudá-los a avançar de um nível para outro. Ressalta-se que, mais do que a maturidade, é o ensino o fator que contribui significativamente para esse modelo. A teoria de Van Hiele propõe que o desenvolvimento do pensamento em Geometria seja dividido em níveis. A

composição desses níveis se deu por influência da Teoria Piagetiana, identificando quatro fatores atuantes no processo de desenvolvimento cognitivo: maturação, experiência com o mundo físico, experiências sociais e equilíbrio. Na teoria de Van Hiele, contudo, atenção maior é dada ao processo de ensino-aprendizagem, sendo este um meio através do qual o estudante atinge certo nível de desenvolvimento (SAMPAIO; ALVES, 2010).

O modelo criado pelo casal Van Hiele é sequencial e hierárquico, subdividido em cinco níveis que descrevem o desenvolvimento da compreensão dos alunos em Geometria (BRAGA; DORNELES, 2011).

Para Villiers (2010), a distinção desses cinco níveis de raciocínio é a principal característica do modelo. Cada nível envolve a compreensão e utilização de conceitos geométricos de uma maneira diferente, o que se reflete na forma de interpretá-los, defini-los, classificá-los e fazer demonstrações. Os níveis são sequenciais e ordenados de tal forma que não se pode pular nenhum. Portanto, há uma relação hierárquica entre os cinco níveis, uma vez que o aluno só atinge um nível superior após passar por todos os níveis anteriores.

A passagem de um nível para o seguinte se dá pela vivência de atividades adequadas e ordenadas, passando por cinco fases de aprendizagem. Conclui-se, então, que o progresso de níveis se relaciona mais com a aprendizagem do que com a idade ou a maturação do aluno. Para Van Hiele, um nível mais elevado é alcançado à medida que as regras do nível precedente se tornam explícitas, a fim de se obterem novas estruturas. Considera-se também a maturação do sujeito durante o processo (NASSER; LOPES, 1996).

“É evidente que o alcance de um nível é resultado de um processo de aprendizagem. (...) De qualquer modo, seria um deplorável erro supor que um nível é alcançado como resultado de uma maturação biológica que o professor ajuda a influenciar”(HIELE, 1986, p. 65).

O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico pode ser utilizado para orientar a formação assim como para avaliar as habilidades dos alunos.

## Os níveis de raciocínio

De acordo com o modelo original da Teoria de Van Hiele, as pessoas desenvolveriam o pensamento geométrico conforme cinco níveis, enumerados de 0 a 4. Respeitando as críticas dos pesquisadores americanos sobre a relevância do nível zero, em 1986, Pierre M. Van Hiele escreveu o livro “Structure e Insight: A Theory of Mathematics Education”, propondo uma simplificação do modelo original, com os níveis enumerados de 1 a 5, descritos em termos gerais e comportamentais (OLIVEIRA, 2012).

**Quadro 1:** Descrição dos níveis de pensamento geométrico segundo Crowley (1996)

Nível 0	Visualização	Neste nível, os alunos reconhecem as figuras geométricas por sua aparência global. Reconhecem triângulos, quadrados, paralelogramos, entre outros, por sua forma, não conseguindo identificar suas partes ou propriedades. São capazes de reproduzir figuras dadas e aprender um vocabulário geométrico básico.
Nível 1	Análise	É onde se inicia a análise dos conceitos geométricos. Neste nível, os alunos começam a discernir as características e propriedades das figuras, mas não conseguem ainda estabelecer relações entre essas propriedades e nem entendem as definições ou vê inter-relações entre figuras.
Nível 2	Dedução informal	Aqui o aluno começa a estabelecer inter-relações de propriedades dentro de figuras e entre figuras, deduzindo propriedades e reconhecendo classes de figuras. Agora, a definição já tem significado; todavia, o aluno ainda não entende o significado da dedução como um todo ou o papel dos axiomas nas provas formais.
Nível 3	Dedução formal	Neste estágio, o aluno analisa e compreende o processo dedutivo e as demonstrações com o processo axiomático associado. Agora, ele já consegue construir demonstrações e desenvolvê-las de mais de uma maneira, também faz distinções entre uma afirmação e sua recíproca.

Nível 4	Rigor	Agora, o aluno já é capaz de trabalhar em diferentes sistemas axiomáticos; analisa e compreende geometrias não euclidianas. A geometria é entendida sob um ponto de vista abstrato.
---------	-------	---

**Fonte:** SANTOS (2015, p. 36)

## Propriedades da teoria de Van Hiele

Junto com as características particulares de cada nível de raciocínio, faz-se necessário mencionar algumas propriedades globais da teoria de Van Hiele. Para Crowley (1996), “essas propriedades são particularmente significativas para educadores, pois podem orientar a tomada de decisões quanto ao ensino”. São elas:

### 1. Sequencial

O aluno deve, necessariamente, passar por todos os níveis, uma vez que não é possível atingir um nível posterior sem dominar os anteriores.

### 2. Avanço

A progressão ou não de um nível para outro depende mais dos métodos de ensino e do conteúdo do que da idade ou maturação biológica. Nenhum método de ensino permite ao aluno pular um nível, alguns acentuam o progresso, mas há alguns que retardam.

### 3. Intrínseco e Extrínseco

Os objetivos implícitos num nível tornam-se explícitos no nível seguinte.

### 4. Linguística

Cada nível tem sua própria linguagem e um conjunto de relações interligando-os. Assim, uma relação que é correta em um certo nível, pode se modificar em outro nível.

### 5. Combinação inadequada

O professor e o aluno precisam raciocinar em um mesmo nível, caso contrário, o aprendizado não ocorre. Ou seja, professor, material didático, conteúdo e vocabulário devem estar compatíveis com o nível do aluno.



## **Fases de aprendizagem**

Para completar a descrição da teoria, vamos expor a proposta de Van Hiele sobre os passos que o professor deve seguir para ajudar seus alunos a avançar nos níveis de raciocínio. Como já foi mencionado, os Van Hiele afirmam que o progresso ao longo dos níveis depende mais da instrução recebida do que da maturidade do aluno.

“Portanto o método e a organização do curso, assim como o conteúdo e o material usados, são importantes áreas de preocupação pedagógica”(CROWLEY, 1996, p. 6).

Dessa forma, os Van Hiele propuseram uma sequência didática de cinco fases de aprendizagem: interrogação informada, orientação dirigida, explicação, orientação livre e integração.

As fases não são, por conseguinte, associada para um determinado nível, mas cada nível de raciocínio começa com atividades da primeira fase e continua com as atividades das fases seguintes. No final da quinta fase, os alunos devem ter atingido o próximo nível de raciocínio.

As principais características das fases de aprendizagem são:

### **1. Interrogação informada**

Professor e aluno conversam e desenvolvem atividades sobre os objetos de estudo do respectivo nível. Aqui se introduz o vocabulário específico do nível, são feitas observações e várias perguntas. É uma fase preparatória para estudos posteriores.

### **2. Orientação dirigida**

Atividades são desenvolvidas para explorarem as características de um nível e isso deve ser feito com o uso de material selecionado e preparado pelo professor.

### **3. Explicação**

Agora, o papel do professor é de somente orientar o aluno no uso de uma linguagem precisa e adequada. Baseando-se em experiências anteriores, os alunos revelam seus pensamentos e modificam seus pontos de vista sobre as estruturas trabalhadas e observadas.

#### **4. Orientação livre**

Diante de tarefas mais complexas, os alunos procuram soluções próprias que podem ser concluídas de maneiras diferentes. Assim, eles ganham experiência ao descobrir sua própria maneira de resolver tarefas.

#### **5. Integração**

Nesta fase, o aluno relê e resume o que foi aprendido, com o objetivo de formar uma visão geral da nova rede de objetos e relações. Assim, o aluno alcança um novo nível de pensamento.

Para Crowley (1996, p. 19):

“Agora são necessários professores e pesquisadores para aprimorarem as fases de aprendizagem, desenvolver materiais baseados no modelo Van Hiele e implementar o uso desses materiais e essa filosofia no contexto da sala de aula. O raciocínio geométrico pode ser acessível a todas as pessoas.”

#### **Testes para identificar os níveis de pensamento geométrico**

Uma importante contribuição para a realização de testes para avaliar os níveis de raciocínio da teoria de Van Hiele no Brasil vem de um projeto da professora Lílian Nasser do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro. Testes aplicados por esse projeto, conhecido como Projeto Fundação em alunos brasileiros confirmaram que o nível de aprendizado em geometria é muito baixo (SAMPAIO; ALVES, 2010).

A busca por testes para definir o nível de raciocínio em que um aluno se encontra ajudou na evolução do modelo. Inicialmente, Van Hiele considerava que a passagem de um nível para o seguinte ocorria de forma brusca. Mas, foi notado pelos pesquisadores que, nas entrevistas, as respostas oscilavam entre dois níveis, levando-os a considerar que a evolução dos níveis ocorre de maneira contínua. Por esse motivo, para Jaime e Gutierrez (1990), na prática, nenhum salto brusco ocorrerá quando você terminar de trabalhar em um nível e começar o seguinte.

Para (DAMBRÓSIO, 2008, p. 80),

“O grande desafio para a educação é pôr em prática hoje o que vai servir para o amanhã. Pôr em prática significa levar pressupostos teóricos, isto é, um saber fazer acumulado ao longo de tempos passados, ao presente.”

## **Metodologia**

O campo de coleta dos dados desta pesquisa, foi a uma Escola estadual situada no município de São Paulo. Trata-se de um bairro de classe média, e apesar de pública, a estrutura da escola conta com acesso à tecnologia, sala de vídeo, e laboratório de informática.

A escolha da escola foi feita pelos seguintes motivos:

- a pesquisadora atuava como coordenadora pedagógica nesta unidade escolar;
- o quantitativo de alunos das salas de nono ano, permite que seja realizado um trabalho no qual todos poderão se manifestar.

Pensando que, “a escolha dos informantes ou sujeitos do estudo deve ser baseada na procura por indivíduos sociais que tenham uma vinculação significativa com o objeto de estudo” (NEVES; DOMINGUES, 2007, p. 57), o teste proposto neste trabalho foi submetido a alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, visto que o pensamento geométrico já deveria ter sido construído mediante as habilidades trabalhadas em espiral desde os anos iniciais.

Em virtude da pandemia de COVID-19, os alunos assistiam as aulas “on line”, via aplicativo de videoconferência Zoom, por onde foram dadas todas as explicações e orientações necessárias para realização do teste. A escola foi preparada seguindo todos os protocolos de saúde e os alunos foram divididos em grupos, para que estivessem nas salas somente oito alunos por vez realizando a atividade presencialmente. Para os estudantes pertencentes ao grupo de risco, foi dado a opção de retirar o material na escola e devolver, devidamente preenchido ao final da semana também na escola. A estes foi solicitado que o teste deveria ser respondido sem auxílio de nenhum meio para que a coleta de dados fosse real.

Foram aplicados 122 questionários, sendo 80 alunos presencialmente e os outros 42 responderam ao mesmo em casa.

Na primeira página havia 10 questões para conhecimento do público bem como averiguar se gostavam de estudar matemática, se acreditavam ser importante estudar geometria e se encontraram dificuldades na realização do Teste de Van Hiele.

A partir da segunda página, foi utilizado o teste dos níveis de Van Hiele elaborado pela equipe do Projeto Fundação (NASSER; SANTANNA, 1997). Consta de 15 questões, distribuídas em três blocos, cada um deles correspondente a um dos níveis de Van Hiele.

O primeiro bloco de questões pauta-se no nível básico. Esse nível caracteriza-se pela capacidade de identificação, comparação e nomenclatura de figuras geométricas com base em sua aparência global. Com essas cinco questões, busca-se verificar as habilidades dos alunos em identificar, comparar e nomear figuras geométricas.

As questões de 6 a 10 referem-se ao nível 1, que tem como característica a análise dos componentes de uma figura geométrica, o reconhecimento de suas propriedades e o uso dessas propriedades para resolver problemas.

O terceiro bloco de questões procura avaliar habilidades pertinentes ao nível 2, segundo a teoria de Van Hiele. Esse nível caracteriza-se pelas seguintes capacidades: percepção da necessidade de uma definição precisa, percepção de que uma propriedade pode decorrer de outra; argumentação lógica informal e ordenação de classes de figuras geométricas.

Neste estudo, a metodologia adotada para o desenvolvimento da pesquisa foi o Estudo de Caso.

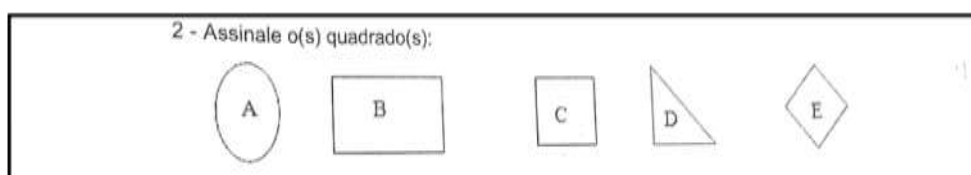
As evidências para um estudo de caso, de acordo com Yin (2005), podem ser obtidas por meio de seis fontes principais: documentos, registros em arquivo, entrevistas, observação direta, observação participante e artefatos físicos, sendo essencial que o pesquisador saiba como usá-las, pois, são complementares umas às outras, não existindo uma que possua vantagens indiscutíveis sobre as outras. Para esta pesquisa usaremos os testes aplicados, bem como sondagem realizada.

Com os testes em mãos foram feitas as tabulações, bem como análises dos resultados. Por se tratar de uma pesquisa de mestrado em andamento, neste artigo faremos a apresentação da análise das questões 2, 9 e 13.

## Resultados

Para melhor compreensão, apresentaremos primeiro a questão, em seguida sua análise.

**Figura 01** - Questão 02 do Teste de Van Hiele

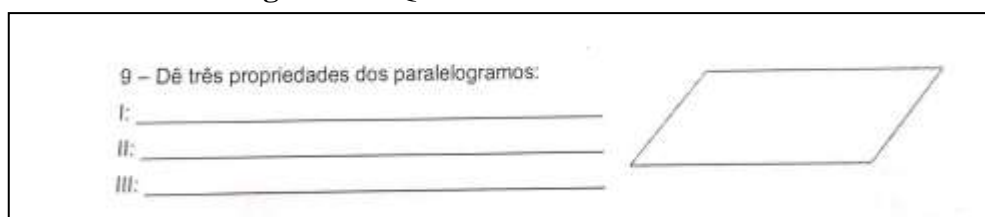


**Fonte:** NASSER; SANT'ANNA (2010, p.95)

Nesta questão, 69 sujeitos da pesquisa marcaram apenas a figura C como sendo um quadrado, desconsiderando a figura E, que não estava com os lados paralelos às bordas da folha. Doze sujeitos da pesquisa erraram, marcando B e C, sem justificativa; outros 12 marcaram B, C e E; e 34 acertaram a resposta.

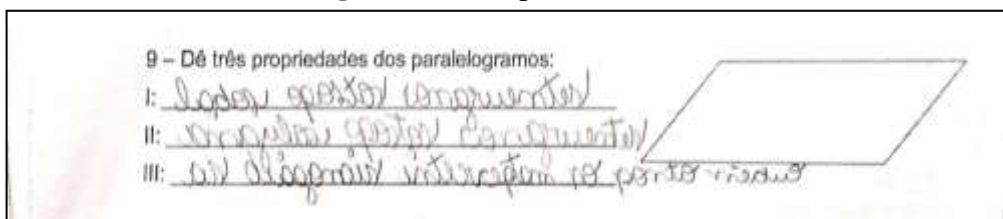
Podemos perceber que parte dos sujeitos (19,6% em média) reconhece um quadrado como sendo um retângulo, porém menos de um em cada quatro alunos associa o quadrado a um losango (27,8% em média). Isso nos leva a inferir que, provavelmente, esses estudantes encontram-se no nível básico do modelo de Van Hiele, o nível da visualização. Vale ressaltar que mesmo os alunos que realizaram o teste em casa não obtiveram êxito na resposta. Dessa forma, o quadrado pode ser percebido, por sua aparência global, como um “retângulo mais curto”, enquanto a visualização do aspecto geral do losango pode parecer bastante diferente do quadrado, para esses alunos.

**Figura 02** - Questão 09 do Teste de Van Hiele



**Fonte:** NASSER; SANT'ANNA (2010, p.96)

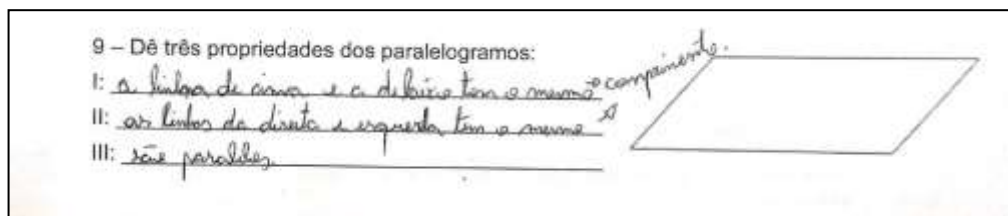
**Figura 03** – Resposta do Aluno



**Fonte:** Elaboração pelos autores

Para questão 9, tivemos 32 sujeitos da pesquisa que souberam responder corretamente três propriedades de um paralelogramo, destes, 20 alunos são do grupo que realizaram o teste em casa. Trinta e cinco deixaram a questão em branco e dentre estes alguns justificaram afirmando não saber o que seria uma propriedade ou, simplesmente não saber responder.

**Figura 04** – Resposta do Aluno



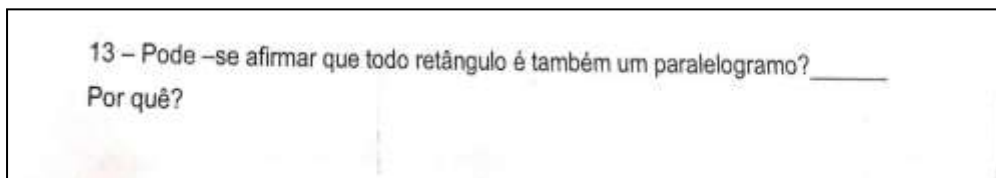
**Fonte:** Elaboração pelos autores

Outros 20 sujeitos da pesquisa citaram propriedades corretas, apesar de não conseguirem usar termos adequados. Eles colocaram da seguinte forma: "linha de cima e linha de baixo", e também, "tem ângulos iguais (dois a dois)" e "tem lados iguais (dois a dois)".

Podemos perceber que parte dos sujeitos (26,2% em média) sabe responder corretamente pelo menos três propriedades de um paralelogramo e que destes, grande percentual realizou o teste em casa, porém ainda temos outro grupo (16,3% em média) que apesar de não utilizar termos adequados também conseguiram responder à questão,

chegando então a um percentual de aproximadamente 42,5% do total de alunos que, provavelmente, encontram-se no nível 1 do modelo de Van Hiele, o nível de análise.

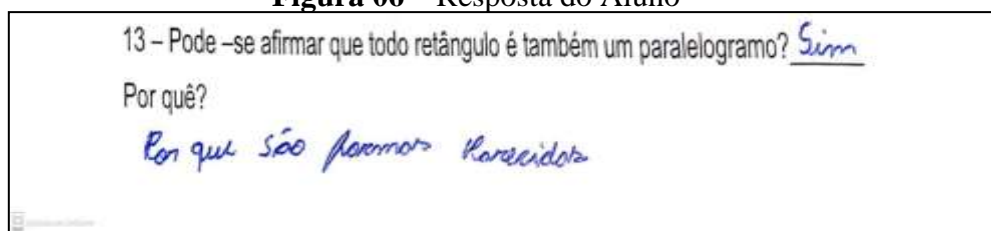
**Figura 05** - Questão 13 do Teste de Van Hiele



Fonte: NASSER; SANT'ANNA (2010, p.97)

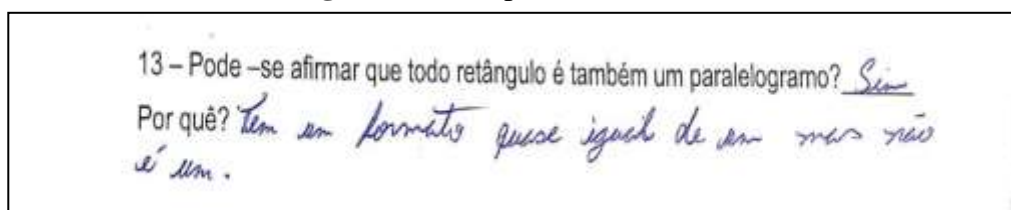
Dos 122 sujeitos da pesquisa, 20 não responderam a essa questão, sendo que 3 deles novamente justificaram que não sabiam o que era paralelogramo. Outros 20 responderam "sim", mas não justificaram ou fizeram de forma equivocada.

**Figura 06** – Resposta do Aluno



Fonte: Elaboração pelos autores

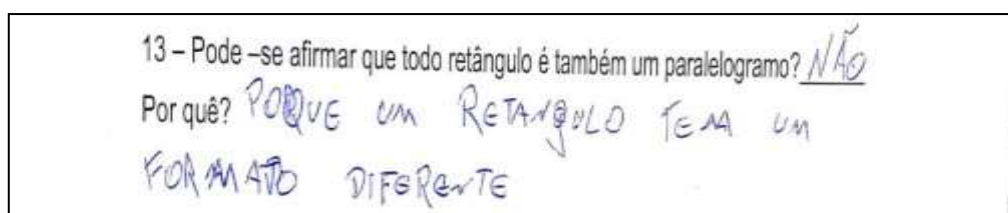
**Figura 07** – Resposta do Aluno



Fonte: Elaboração pelos autores

Trinta e nove responderam "não", com diversas justificativas, a maioria não conseguiram fazê-lo.

**Figura 08** – Resposta do Aluno



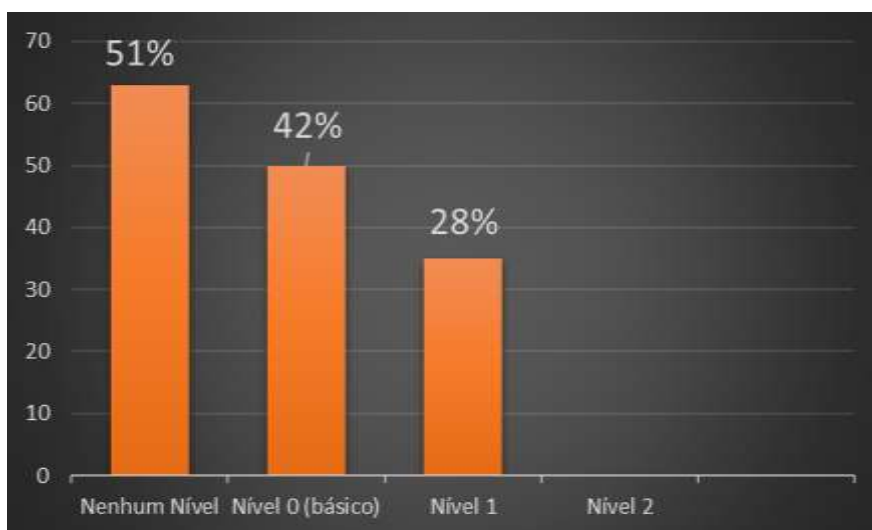
**Fonte:** Elaboração pelos autores

Os 35 restantes afirmaram que ‘sim’ e justificaram: "Sim, porque possui ângulos iguais", "Tem diagonais congruentes", mas a maioria respondeu: "Sim, porque possuem lados paralelos". Neste caso, mesmo os alunos que realizaram o teste em casa não souberam justificar corretamente a questão.

Podemos perceber que grande parte dos sujeitos (71,3% em média) não é capaz estabelecer relação entre as propriedades do retângulo e do paralelogramo, ou não tem conhecimento suficiente para justificar. Para este nível temos então um percentual de aproximadamente 28,7% do total de alunos que demonstrou ser capaz de estabelecer relação entre as propriedades das figuras, sendo assim, provavelmente encontram-se no nível 2 do modelo de Van Hiele, o nível de dedução informal.

Como resultado ao terminar as análises temos:

**Gráfico 01** – Níveis de Pensamento Geométrico dos sujeitos da pesquisa



**Fonte:** Elaboração pelos autores

### Considerações finais

Este artigo teve como objetivo geral identificar em que nível de pensamento geométrico de Van Hiele, situam os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de uma



Escola Estadual da Cidade de São Paulo, São Paulo/Brasil. Buscando identificar se ao concluir a Ensino Fundamental, os alunos alcançaram nível de pensamento geométrico necessário para dar seguimento ao conteúdo do Ensino Médio. Percebe-se em várias respostas do teste, um grande percentual dos sujeitos da pesquisa que apresenta um vocabulário geométrico pouco desenvolvido, com muitas dificuldades nas resoluções bem como em justificá-las. Alguns sujeitos da pesquisa, apresentaram um vocabulário melhor, usando termos como “paralelo”, “lado”, “ângulos retos”, “congruentes” e “oposto” de forma correta, mas representam uma minoria dentro do grupo. O resultado obtido, levando em consideração as três questões avaliadas, mostra que, dos 122 alunos, aproximadamente 58%, não atingiu nem mesmo o nível 0 (básico), não conseguem tratar uma figura geométrica plana por meio de sua forma global, o que pode indicar a existência de um nível ainda inferior de desenvolvimento do pensamento geométrico, 42 % dos alunos atingiram o nível 1 e, dentre estes, 28% atingiu o nível 2. Vale ressaltar que, apesar de um percentual de alunos ter realizado o teste em casa, podendo receber ajuda externa, ainda assim demonstraram grande dificuldade em responder o teste, não apresentando resultados melhores daqueles que estavam em sala de aula.

É percebido a importância de trabalhar a teoria de Van Hiele para contribuição e ampliação do conhecimento existente sobre o processo de ensino e aprendizagem. O modelo é um referencial, pois traz várias possibilidades de comunicação que podemos ter com os estudantes. Apresenta maneiras de trabalhar novos conceitos no intuito de buscar dos estudantes a compreensão e o desenvolvimento do raciocínio. Utilizado como ferramenta, possibilita identificar qual o grau de dificuldade apresentado pelos estudantes e em que nível de compreensão do pensamento geométrico eles se encontram, proporcionando ao professor a possibilidade de promover estratégias de ensino direcionadas, utilizando técnicas de mediação pedagógica capazes de promover um processo de aprendizado mais eficaz e duradouro.

Aos professores, sugerimos aprofundar no tema, buscar capacitação, repensar as práticas educativas, para que assim sejamos capazes de desenvolver nos estudantes o pensamento geométrico, a fim de, alcançar aprendizagem satisfatória potencializando melhores resultados na aprendizagem dos alunos.

## Referências

- ANDRADE, J. A.; NACARATO, A. M. Tendências didaticopedagógicas no Ensino de Geometria: Um olhar sobre os trabalhos apresentados nos ENEMs. **Educação Matemática em Revista**. Recife, PE, v. 11, n. 17, p. 61–70, 2004.
- ARAUJO, W. R. **O Ensino do conceito de área no sexto ano do ensino fundamental: uma proposta didática fundamentada na teoria de Van Hiele**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Alagoas, 2012.
- BARGUIL, P. M. Fiplan: recurso didático para o ensino e a aprendizagem de Geometria na educação infantil e no ensino fundamental. **Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática**. São Paulo, 2016.
- BEZERRA, L. S.; LOPES, J. P. O tangram e suas contribuições para o processo de abstração e compreensão dos conceitos geométricos de área e perímetro. **Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática**. São Paulo, 2016.
- BRAGA, E. R.; DORNELES, B. V. Análise do desenvolvimento do pensamento geométrico no ensino fundamental. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 13, n. 2, p. 273–289, 2011.
- CROWLEY, M. L. **Aprendendo e Ensinando Geometria**. São Paulo, SP: Atual, 1996.
- DAMBRÓSIO, U. **Educação Matemática da teoria à prática**. 16. ed. SP: Papirus, 2008.
- FERREIRA, F. E. Ensino e aprendizagem de poliedros regulares via teoria de Van Hiele com origami. **Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática**. Curitiba, 2013.
- FRANCO, G.; DIAS, M. DE O. Modelo geométrico de Van Hiele: Estado da arte nos Encontros Nacionais de Educação Matemática (ENEM). **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 11, n. 1, p. 169–188, 1 jan. 2020.
- HIELE, P. M. V. **Structure and insight: a theory of mathematics education**. Nova York: Academic Press, 1986.
- JAIME, A.; GUTIERREZ, A. **Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El modelo de van Hiele**. [S.l.]: S. Llinares and M. V. Sánchez, 1990.
- KALEFF, A. M. et al. Desenvolvimento do pensamento geométrico: Modelo de van Hiele. **Bolema**, v. 10, p. 21–30, 1994.
- NASCIMENTO, E. C. O desenvolvimento do pensamento geométrico, interação social e origami. **Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática**. São Paulo, 2016.

- NASSER, L.; LOPES, M. L. M. L. **Geometria na era da imagem e do movimento**. Rio de Janeiro, RJ: UFRJ, 1996.
- NASSER, L.; SANTANNA, N. P. **Geometria segundo a teoria de Van Hiele**. Rio de Janeiro, RJ: UFRJ, 1997.
- NASSER, L.; SANT'ANNA, N. F. P. **Geometria segundo a teoria de Van Hiele**. 2. ed. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2010.
- OLIVEIRA, M.C.E. **Ressignificando conceitos de Geometria Plana a partir dos estudos dos sólidos geométricos**. 2012. 279 f. Tese (Mestrado em Ensino de Matemática)—Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Minas Gerais, 2012.
- PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. **Revista Zetetiké**, v. 1, n. 1, p. 7–17, 1993.
- SAMPAIO, F. F.; ALVES, G. de S. O modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele e possíveis contribuições da geometria dinâmica. **Revista de Sistemas de Informação da FSMA**, n. 5, p. 69–76, 2010.
- SANTOS, J.M.S.R. **A teoria de Van Hiele no estudo de áreas de polígonos e poliedros**. 2015. 109 f. Tese (Mestrado em Matemática) - Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro de Campos dos Goytacazes, Rio de Janeiro, 2015.
- VITAL, C.; MARTINS; E. R.; SOUZA, J. R. O uso de materiais concretos no ensino de Geometria. **Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática**. São Paulo, 2016.
- VILLIERS, M. Algumas reflexões sobre a teoria de van Hiele. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 12, n. 3, p. 400–431, 2010.
- YIN, R. **Estudo de caso: planejamento e métodos**. 3. ed. Porto Alegre: Bookman, 2005.