



Tendencias de investigación en resolución en e problemas matemáticos en Latino América

Investigation tendencies towards the solution to the mathematics problems in latin america

Fredy Enrique González

Universidad Pedagógica Experimental Libertador | Venezuela

Instituto Pedagógico de Maracay

Resumen

La Resolución de Problemas (RP), es un tema que, contrariamente a lo que pudiera pensarse, al menos en América Latina, aún está vigente y ofrece innumerables desafíos a los educadores matemáticos que lo asumen como su objeto de preocupación indagatoria. A los fines de sustentar esta afirmación se hizo una exploración tendente a constatar su presencia en cinco (5) importantes reuniones de Educación Matemática que han tenido lugar en esta región entre 1998 y 2001: III CIBEM (Caracas, Julio 1998), RELME 13 (Santo Domingo, Julio 1999), V Reunión de Didáctica Matemática (Santiago de Chile, Enero 2000), RELME 14 (Ciudad de Panamá, 2000); III Simposio de Educación Matemática (Chivilcoy, Argentina; Mayo 2000). Estos eventos forman parte de los escenarios de discusión por donde circulan múltiples expresiones generales de carácter teorizante que, progresivamente, ayudan a constituir a la Educación Matemática como un campo disciplinario para la producción profesional de saberes. Por ello, revisar su contenido es un legítimo medio para obtener indicios

sobre cuya base, eventualmente, podrían visualizarse tendencias orientadoras del quehacer profesional e investigativo de los integrantes de nuestra comunidad latinoamericana de educadores matemáticos. El procedimiento empleado consistió, primeramente, en una revisión tanto de la programación conforme a la cual se desarrolló cada evento, como de los títulos de los diferentes trabajos expuestos. El programa de un evento ofrece una visión panorámica del mismo, en tanto que los títulos permiten conocer la temática tratada. Fue así como se logró identificar la presencia de la Resolución de Problema en cada una de las reuniones reseñadas y, con base en este material, se realizó la identificación de las tendencias predominantes en la investigación sobre resolución de problemas reflejadas en los títulos de los trabajos presentados en cada evento, ofreciéndose de cada tendencia una breve caracterización relacionada con sus aspectos definitorios. Así, para cada una de las reuniones consideradas se elaboró: (a) un listado de los Trabajos Presentados que se relaciona

con la Resolución de Problemas; (b) una Proposición de Tendencias que incluye la denominación y aspectos caracterizadores; y, (c) un Esquema-Síntesis con base en palabras clave.

Descriptores: Educación Matemática, Metacognición, Tarea Intelectualmente Exigente, Formación Inicial de Profesores de Matemática.

Abstract

Problems Resolution (PR), it is a topic that, against that could be thought, at least in Latin America, yet it is outstanding and offers countless challenges to the mathematical educators that assume it as their object of inquest awareness. In order to sustain this affirmation a research was made to verify its presence in five (5) important Education Math Meetings that have had place in this region between 1998 and 2001: III CIBEM (Caracas, July 1998), RELME 13 (Santo Domingo, July 1999), V Didactic Math Meeting (Santiago of Chile, January 2000), RELME 14 (City of Panama, 2000); III Education Symposium Math (Chivilcoy, Argentina; May 20001). These events were part of the discussion stages where general multiple regulations expressions of theorize nature that, progressively, help to constitute Math Education as a disciplinary field for the professional production of knowledge. Because of this, to check its contain is a legitimate way to obtain signs on which base, eventually, they could be visualized guiding tendencies of the professional and investigative occupation toward the integration of our mathematical educators community in Latin American. The employed proce-

dures consisted, first of all, on a review either of the programming in which was developed each event, as well of the titles of the different exposed projects. The program of an event offers a panoramic vision of it, while the titles let to know the thematic discussed. The purpose was to verify the presence of the Problem Resolution in each one of the outlined meetings and, based on this material, accomplished the identification of the prevailing tendencies on problems resolution investigation reflected in the titles of the projects presented in each event, being offered of each tendency a short characterization related to their normative aspects. Thus, for each one of the meetings was elaborated: (a) a List of the Presented Projects that is related to the Problems Resolution; (b) a Proposition Tendency that includes denomination and aspects characterization; and, (c) a Synthesis Plan based on the key words.

Keywords: Math Education, Metacognition, Intellectually Task Demanding, Inicial Formation of Math Teachers.



Una mirada a la producción cognoscitiva en resolución de problemas por parte de los educadores matemáticos latinoamericanos.

Desde el punto de vista sociológico la emergencia de campos disciplinarios de estudio está asociada con la presencia de Foros de Discusión y de Grupos de Referencia, éstos están constituidos por las personas que generan ideas, puntos de vista, planteamientos, teorizaciones que son expuestos en los Foros de Discusión para que sean asimilados por los integrantes de la comunidad que constituirá el conglomerado humano que progresivamente irá delineando el campo disciplinar correspondiente. En el caso de la Educación Matemática, existe todo un sistema de Foros de Discusión, que abarcan ámbitos locales, nacionales, regionales y mundiales.

Entre los más destacables en América Latina, se pueden señalar los siguientes: (a) Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (CIBEM), cuya IV edición tendrá lugar próximamente en Cochabamba (Bolivia); (b) Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (RELME) cuya décimo quinta edición se efectuará en Buenos Aires el venidero mes de Julio; Reunión de Didáctica Matemática del Cono Sur, que se lleva a cabo bianualmente en alguno de los países que componen esta vasta porción del territorio suramericano; y, (d) el Simposio de Educación Matemática de Chivilcoy, cuya tercera edición nos encontramos realizando en este momento. Cada una de estas reuniones brinda escenarios para que los educadores matemáticos latinoamericanos compartamos tanto los resultados de nuestras preocupaciones cognoscitivas, como las esperanzas de una educación matemática de mejor calidad para todos los ciudadanos de nuestros respectivos países.

Así que cuando se revisa tanto la programación de estos eventos como el contenido reseñado en los correspondientes libros de resúmenes, se puede adquirir una visión bastante aproximada de las preferencias en investigación que manifiestan los educadores matemáticos de nuestra región, así como los resultados de sus correspondientes esfuerzos indagatorios. Ese fue el procedimiento que utilizamos para conocer qué se está haciendo actualmente en materia de resolución de problemas en América Latina. Para ello, se revisó la programación y los libros de resúmenes correspondientes a los siguientes eventos: (a) el III Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, realizado en la Ciudad Universitaria de Caracas, Venezuela, durante los días 26

al 31 de Julio de 1998; (b) la V Reunión de Didáctica Matemática del Cono Sur, realizada en la Universidad de Santiago de Chile en Enero de 2000; (c) la Décimo Tercera Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (RELME 13), realizada en la Universidad Autónoma de Santo Domingo (UASD),

III Cibem (Caracas, julio 1998)

La **conferencia de inauguración** estuvo a cargo de Maria Salett Biembengut, prestigiosa educadora matemática de Brasil quien nos prestigia con su presencia; el tema que ella desarrolló fue "Modelagem Matemática e suas Implicações no Ensino (Modelaje Matemático y sus Implicaciones en la Enseñanza) el cual, como ella lo define, consiste en

[...] el proceso involucrado en la traducción al lenguaje matemático de una situación problema de cualquier área del conocimiento. Ese 'lenguaje' denominado modelo matemático consta de un conjunto de símbolos y relaciones matemáticas expresadas a través de fórmulas, diagramas, gráficos, representaciones geométricas, ecuaciones algebraicas, tablas, programas computacionales, etc. que lleva a la solución del problema o permite la deducción de una solución. (BIEMBENGUT, 1998).

Modelagen Matemática e suas Implicações no Ensino. Memorias III Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (1-13). Caracas (Venezuela): Universidad Central de Venezuela (Julio, 26 al 31, 1998). En el mismo III CIBEM, la **última de las cuatro conferencias centrales** estuvo a cargo de la Dra. Guillermina Waldegg, quien disertó en torno a los principios constructivistas para la Educación Matemática desde una perspectiva epistemológica; atribuyéndole al alumno una responsabilidad protagónica en su propio proceso de aprendizaje, justamente mediante el abordaje de situaciones problemáticas tales que: (a) sean significativas para él porque encuadran en contextos o circunstancias que les son familiares y atractivos, por tanto, motivantes; son resolubles a partir de sus conocimientos y estructuras cognitivas previas; representan un desafío intelectual porque lejos de requerir de un algoritmo o de un procedimiento rutinario, es una situación diseñada para obligarlo a reestructurar sus conocimientos y explicaciones con el fin de dar solución al problema; da lugar a una modificación de



las estructuras cognitivas previas del estudiante que le permite incluir, en las explicaciones originales, nuevos casos o contextos de aplicación de los conceptos involucrados." (WALDEGG, 1998, p. 47). Principios Constructivistas para la Educación Matemática. III Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (43-51). Caracas (Venezuela): Universidad Central de Venezuela (Julio, 26 al 31, 1998). Además **tres (3) de las veintidós (22) Conferencias Paralelas** explícitamente estuvieron orientadas a tratar asuntos relacionados con la resolución de problemas: Categorías en la resolución de problemas matemáticos (Alvaro Poblete, Chile); Álgebra: resolución de problemas y mecanización con ayuda de la computadora, Elena de Oteyza, México; Metacognición y Tareas Intelectualmente Exigentes: el caso de la resolución de problemas matemáticos, Fredy González, Venezuela). Finalmente, **una de las veintiuna (21) áreas temáticas** en las que fueron organizadas las ciento ochenta y cinco (185) comunicaciones breves que fueron expuestas, se dedicó al tema "Resolución de Problemas" [Um estudo sobre a resolução de problemas em alunos universitários, da Silva, Pírola, Vendramini, Brasil; Un estudo sobre o desempenho e os precedimentos utilizados na solução de problemas envolvendo subtração e divisão, de Brito, Utsumi, Mendes, Alves, de Lima, Brasil; Triângulo Mágico: resolução de um problema matemático, Rodrigues, Brasil; Papel de la Calculadora gráfica en la comprensión de la función racional; Gómez y Carulla, Colombia; Problemas para trabajar con alumnos de 12 a 16 años, Fernández y Carlavilla, España; Propuesta para la enseñanza de la Matemática a partir de la resolución de problemas, Mancera, México; Una estrategia de enseñanza en la matemática y su implementación en un curso preuniversitario en el IUTRC "Dr. Federico Rivero Palacio", Cáceres, Arcos, y otros, Venezuela; La activación de los conocimientos acerca del mundo real durante la resolución de problemas verbales de aritmética, Meza, Venezuela]. Además,, en otras áreas temáticas designadas por un identificador diferente, el asunto de la resolución de problemas también fue tratado en el III CIBEM [Situaciones problemáticas de precálculo. El estudio de funciones a través de la exploración con calculadoras gráficas, Gómez y otros, Colombia; GUARISMOS: un texto venezolano de matemática de primer grado, Andonegui, Venezuela; Aplicación del análisis combinatorio en la solución de problemas de probabilidad a nivel superior, León Gómez, Venezuela; Análisis del proceso de solución de problemas matemáticos a nivel preuniversitario, Serres, Venezuela; A atividade de ensino de

matemática como desencadeadora da formação do professor, de Moura y de Moura, Brasil; ¿Cómo crear una disposición favorable del niño hacia la matemática, Rodríguez de Escontrela, Venezuela). Vemos así que diversos asuntos relacionados con la resolución de problemas en Matemática son objeto de interés indagatorio por parte de educadores matemáticos brasileños, españoles, colombianos, venezolanos, mexicanos y chilenos. Presumimos continuará siéndolo durante mucho tiempo más.

Tendencias Observadas en el III CIBEM. Al revisar el contenido de las conferencias, reportes de investigación y carteles presentados en el III CIBEM, que abordan la temática de la resolución de problemas, es posible apreciar algunas dos perspectivas: Globalizadora y Analítica. En la **Perspectiva Globalizadora** se enmarcan los trabajos que tratan el asunto de la resolución de problemas desde un punto de vista global, concibiéndola como contexto para: (a) aprendizaje de la Matemática, (b) enseñanza de la Matemática, (c) aplicación de la Matemática, (d) motivación del estudio de la Matemática, es decir, ámbito para generar actitudes positivas hacia la Matemática. En la **Perspectiva Analítica** son ubicados los trabajos que examinan la resolución de problemas tomando en consideración aspectos específicos tales como: (a) la estructura del problema; como producto de este abordaje han sido elaborados esquemas taxonómicos que sirven como referencia para clasificar a los problemas según categorías, clases, tipo, etc.; (b) el carácter de la tarea de resolver un problema; en este caso se procura la identificación de las exigencias cognitivas implicadas en el proceso de resolver problemas; (c) el resolutor en relación con: su *comportamiento general* en términos de conductas y actitudes; *procedimientos de resolución* que utiliza; *procesos de pensamiento* que activa; y (d) Contenido matemático asociado, tanto el conceptual como el procedimental.

Relme 13 (Santo Domingo, Julio de 1999)

La Décimo Tercera Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (RELME 13), llevada a cabo durante los días 12 al 16 de Julio de 1999 en Santo Domingo, República Dominicana fue otro de los escenarios donde los educadores matemáticos de nuestro continente expusieron los productos de su quehacer académico intelectual. En esta RELME 13 los trabajos relacionados



con resolución de problemas fueron los siguientes: Conferencia Magistral Plenaria. ¿Qué enseñan los problemas?, Luis Campistrous, Cuba, (contribución de la resolución de problemas al desarrollo del pensamiento del alumno); El uso de las tablas de contingencia para resolver problemas probabilistas, Sánchez y Ávila, México (uso de herramientas conceptuales de la matemática para la solución de problemas matemáticos asociados con contenidos específicos); Didáctica y resolución de problemas en educación primaria y secundaria, Campistrous, Cuba (la resolución de problemas como objeto de enseñanza en si y no como medio para enseñar); La resolución de problemas, su relación con las prácticas docentes, Pérez y Cerizola, Argentina (el uso de la resolución de problemas como instrumentos para la formación inicial de profesores de Matemática); La resolución de problemas en el aula universitaria, Fernández de Cabrera, Oviedo, Vaira y otros, Argentina (la estructura de resolución de problemas surge como objeto cognoscitivo a partir del momento en que el sujeto resolutor reflexiona acerca de sus propias reacciones); Hacia la construcción del conocimiento matemático, Lezama, Véliz, Martín y Ramos, Argentina (desarrollar la Teoría del Cálculo Diferencial de Funciones de una variable real, a partir de la necesidad de resolver problemas típicos de Economía); La modelación algebraica en la resolución de problemas, Martínez, Colombia (estudio del proceso y herramientas utilizadas por los alumnos en la resolución de problemas tanto después, en y antes de haber cursado el primer nivel de álgebra, octavo, para plantear así una estrategia que posibilite el aprendizaje del álgebra en la que el alumno integre esta herramienta en su estructura general para la solución de problemas, enfrentándolos con el uso del razonamiento y no de un esquema estandarizado o "recetario" que hace que el problema dado no sea un problema puesto que el alumno conoce el camino a seguir en su solución impidiéndole esto, desarrollar competencias de pensamiento y solucionar problemas no convencionales).

Sobre la Formulación de Problemas Matemáticos, Ramírez, Cuba, (el constructo metaproblema como indicador de la problemática asociada con la competencias para formular problemas); La Modelación de problemas extramatemáticos, Santieesteban y Rodríguez, Cuba (elaboración de estrategias metodológicas teniendo como eje central, para enfrentar la resolución de problemas, una correcta interpretación de los mismos, para la construcción del modelo matemático, haciendo énfasis en ejercitar con los estudiantes, la traducción del lenguaje común al algebraico y viceversa; se propone un sistema

de acciones encaminadas al desarrollo de habilidades para modelar problemas extramatemáticos); Resolución de problemas de forma participativa: una motivación por la matemática, León y Crespo, Cuba (cómo la aplicación consecuente de métodos participativos y el uso de la enseñanza problémica como generatriz fundamental de conocimiento pueden ayudar en la organización y el control del proceso de enseñanza y aprendizaje); Álgebra Lineal, Informática y Resolución de Problemas, O'Farril, Rodríguez, Durán y otros, Cuba (transformar el proceso de enseñanza-aprendizaje del Álgebra Lineal para la carrera de Ingeniería Informática, tomando como base el uso de la Informática en todas sus posibilidades, aplicando además la teoría sobre enseñanza de la resolución de problemas); El tanteo, ¿técnica de solución o adivinación? (la búsqueda sistemática de soluciones, si se tienen en cuenta todas las soluciones y la naturaleza de los datos del problema conduce a un número posible de casos a analizar, es una forma del ensayo y error, tan correcta como cualquier otra considerada como "muy matemática."

A este proceder se le denomina por los autores "tanteo inteligente" y se presenta como una técnica de solución cuando dicho tanteo se realiza de una manera sistemática y sobre la base de un conjunto de acciones: análisis, toma de decisiones, búsqueda de regularidades, evaluación de casos en función de condiciones iniciales dadas, control de casos); Cómo estimular el pensamiento matemático en la escuela, Palacio Peña, Cuba (enseñanza de la matemática a través de problemas, muestra como estimular el pensamiento matemático mediante problemas que pueden estar o no relacionados con la temática que se imparte, pero que siempre encierran una situación motivante y a la que se le puede dar solución inmediata o a corto plazo); La enseñanza de la resolución de problemas matemáticos desde una óptica vygotskiana, Delgado, Cuba (desde el momento en que el sujeto asume un problema e intenta resolverlo se ponen en función múltiples componentes de su pensamiento: su sistema de creencias y valores, que influirá tanto en la motivación, como en los posibles bloqueos de tipo afectivo y volitivo; sus estructuras cognitivas y bases de orientación que facilitarán o impedirán el acceso a la información relevante de que disponga para resolver el problema; sus recursos metacognitivos, que le permitirán establecer una planificación y control adecuados o no de su actividad; y sus recursos heurísticos que le ayudarán a "despejar el camino" y lograr el insight; de lo anterior se infiere que resolver un problema es un proceso extremadamente complejo); Resolución de pro-



blemas ¿Qué tipos de problemas desarrollan los estudiantes de Matemática, Poblete y Díaz, Chile (tipos de problema: rutinarios y no rutinarios); El rol de la visualización espacial en la resolución de problemas matemáticos, Solano y Wheatley, USA; Experiencias de resolución de problemas y el uso de la tecnología en el aprendizaje dentro de un ambiente con currículum integrado, Delgado, México (dimensiones a tener en cuenta en la actividad de resolución de problemas: ambiente (situaciones contextualizadas), currículum (contenido matemático abordado), marco de análisis (objetivos retrospectivos y prospectivos), Desarrollo de objetivos formativos; La solución de problemas en la enseñanza de la matemática de la educación secundaria, Velásquez, México (se analizan las estrategias que usan los alumnos para resolver problemas aritméticos, algebraicos y geométricos... se propone una estructuración didáctica donde se integren estrategias y acciones específicas que promuevan el desarrollo de la habilidad de resolver problemas), Caracterización de algunas estrategias para resolver problemas aritméticos en primer grado de secundaria, Ocampo y Cabañas, México; la solución de problemas a través de la tecnología, Pérez, Puerto Rico; El efecto de un modelo basado en la teoría de las inteligencias múltiples en la solución de problemas de Matemática, Rivera, Puerto Rico; Concepciones de profesores sobre la clasificación de problemas aritméticos, Sánchez y Bonilla, Colombia (concepciones que los profesores tienen acerca de los modelos de problemas de estructura aditiva y de estructura multiplicativa); resolución de problemas: las interacciones de un equipo alrededor de un gasto que se reduce gradualmente, Suárez, Ortega y Sanchez, México.

Tendencias observadas en la RELME 13. El análisis del contenido de las producciones relativas a la resolución de problemas expuestas en la RELME 13, permitió identificar las siguientes tendencias: (a) La resolución de problemas como objeto cognoscitivo; aquí se hace referencia a los trabajos que procuran: identificar *técnicas* de resolución; derivar *constructos* conceptuales; identificar *categorías* para clasificar a los problemas; analizar las *estrategias de resolución* utilizadas por los alumnos; crear modelos a partir de perspectivas teóricas; (b) La resolución de problemas y sus vínculos con los procesos de formación inicial y formación continuada de los profesores de matemática; en este caso, el interés por establecer cuál es el *papel que la resolución de problemas desempeña en el tránsito de estudiante a profesor y en la actuación del profesor como profesional*, ha permitido: *redimensionar las prácticas*

que los docentes ejercitan en el aula de clases e *identificar las concepciones* que los profesores tienen acerca de los problemas y de su proceso de resolución; (c) La resolución de problemas y sus aspectos teleológicos; el interés de estos trabajos es revisar cómo la resolución de problemas puede contribuir al logro de diferentes propósitos en la educación matemática, entre los que se destacan: desarrollo de la matemática como disciplina; enseñanza de aspectos específicos de diferentes disciplinas; estímulo del pensamiento del alumno; desarrollo de un currículum integrado; (d) La resolución de Problemas como contexto de aprendizaje; en este caso se trata de: creación de *contextos pedagógicos participativos*, colectivos, grupales y colaborativos; y de la *vinculación de la Matemática con la realidad*; (e) La resolución de problemas desde una perspectiva cognitiva; en este caso se examinan las *exigencias cognitivas* del proceso de resolución y se concibe a éste como una instancia de uso de Herramientas Conceptuales, tales como la Visualización Espacial, entre otras; (f) La resolución de problemas y la Nuevas Tecnologías; en este caso los trabajos se orientan hacia el estudio del impacto que tiene la *aplicación de la Informática y de las Nuevas Tecnologías* (calculadoras gráficas, computadoras) sobre el proceso de resolución; además, se incluyen aquí las producciones asociadas con la *modelización*.

V Reunión de didáctica matemática del cono sur (CHILE, ENERO 2000)

También en la V Reunión de Didáctica Matemática del Cono Sur (Chile, Enero 2000), estuvo presente el interés de los educadores matemáticos latinoamericanos por el tema de la resolución de problemas; entre los trabajos presentados, se pueden destacar los siguientes: Desarrollando habilidades cognitivas através da matemática, Kessler y Fischer, Brasil (interpretación de preguntas, construcción de modelos y resolución de problemas); las aplicaciones de la matemática como estrategia metodológica exitosa para su enseñanza, Alvarado, Venezuela (resolución de problemas en temas específicos: funciones, máximos y mínimos, programación lineal, teoría de grafos, métodos de conteo); Analisando a relação entre educação matemática e o exercício da cidadania, Kessler, Brasil (la resolución de problemas como competencia básica en Matemática para el ejercicio de la ciudadanía); A



metodología da resolução de problemas, Reuwsaat, Brasil (un medio para el autoperfeccionamiento de docentes en ejercicio a través de un procedimiento de reflexión compartida sobre su práctica de aula); La integración de conceptos matemáticos y económicos a través de la resolución de problemas, Curti y Regolini, Argentina (utilización de conceptos matemáticos para la integración interdisciplinaria de la Matemática con la Economía mediante el análisis de problemas relacionados con situaciones prácticas propias de la Economía); estrategias didácticas: isomorfismo entre problemas matemáticos y juegos, Sagula, Argentina (los juegos corresponden a situaciones de naturaleza no numérica y su comportamiento es lo suficientemente impredecible como para poder expresar que representan problemas no determinísticos y no algorítmicos).

A propósito de la resolución de problemas, Candreva, Crippa, Guzner, Guala y Oscherov, Argentina (las nociones de problema y de resolución de problemas en el contexto de una reforma curricular en curso); Resolución de un problema en serie numérica, Sforzini, Argentina (planteamiento de situaciones problemáticas cotidianas para la adquisición de un concepto matemático: límite de una serie numérica); Elaboración y análisis a priori de una situación problemática de Geometría del Espacio, Elguero y Rosso, Argentina (aplicación de una noción de la Teoría Didáctica Francesa a un caso específico); Estrategias de resolução de problemas multiplicativos de alunos da escola elementar, Calsa, Brasil (dinámica de la resolución de problemas multiplicativos); Formulação e solução de problemas verbais aritméticos, Tolaine y otros, Brasil (investigar la relaciones entre la elaboración de enunciados de problemas aritméticos por los propios alumnos, la solución de los mismos, la construcción mental, la utilización de microcomputadores y software en la solución de problemas en un aula de clases de nivel elemental); taller sobre exploración de funciones matemáticas y su aplicación en la resolución de problemas con Derive, Simoniello de Alvarez, Argentina (utilización de innovaciones tecnológicas en la solución de problemas de contenido matemático específico); La resolución de problemas en la escuela, Nápoles, Argentina (sugerencia y ejemplos de cómo utilizar la resolución de problemas en las aulas de clase); Taller de resolución de problemas de combinatoria en la formación de profesores: una experiencia con docentes en ejercicio, Etchegaray y Peparelli, Argentina (uso docente de problemas en la enseñanza de la matemática).



Las tendencias identificadas en la V Reunión de Didáctica Matemática del Cono Sur fueron las siguientes: (a) Uso didáctico de la resolución de problemas; en este caso se trata de *ilustrar las aplicaciones* de temas matemáticos específicos y de *integrar diferentes disciplinas o áreas distintas* de la Matemática utilizando a los problemas para lograrlo; (b) Cognición y Resolución de Problemas; en este ámbito el interés se vincula con: *examen de la actividad cognitiva* desplegada por el resolutor; *estudio de las estrategias usadas* en el proceso de resolución; *comparación con otro tipo de tareas* tales como la interpretación de *preguntas*, los *juegos de estrategias* y la construcción de *modelos, aspectos conceptuales*, qué se entiende por "Problema" y por "Resolución de Problemas"; (c) Resolución de Problemas y Aprendizaje, estos trabajos se interesan por *aberiguar cómo pueden adquirirse conceptos matemáticos* empleando la resolución de problemas; (d) Resolución de Problemas y Formación Docente; estos trabajos se interesan por *estimular procesos de reflexión compartida entre varios docentes* cuya práctica de aula esté basada en resolución de problemas, y también se refieren a *cómo usar la resolución de problemas como estrategia de formación*; (e) Resolución de Problemas y Nuevas Tecnologías, aquí los trabajos se preocupan por los *efectos* sobre distintos aspectos de la resolución provocados por la aplicación y uso de las nuevas tecnologías, principalmente las computadoras y las calculadoras gráficas; además, existe preocupación por la *formulación, análisis, exploración de problemas* utilizando Nuevas Tecnologías, lo cual está dando paso a un área novedosa: la *experimentación en Matemática*, asociada con la identificación de regularidades, la formulación de conjeturas, el ensayo de hipótesis, la demostración numérica; (f) La Resolución de Problemas como Objeto de Estudio; los trabajos en este caso se preocupan por la *aplicación de herramientas conceptuales* en la identificación de las exigencias de la tarea de resolución de problemas, como por ejemplo el *Análisis A Priori* sugerido por la Didáctica Francesa.

Relme 14 (Panamá, Julio de 2000)

Otro importante ámbito para apreciar la productividad cognoscitiva de los educadores matemáticos de nuestro continente es la Décimo Cuarta Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (RELME 14) celebrada en Panamá entre el 17 y el 21 de Julio de 2000; los trabajos relativos a la resolución de problemas que allí se presentaron fueron los siguientes: Los



problemas aritméticos resueltos por el adulto, Valdemoros, México (la resolución de problemas y mejoramiento del cálculo aritmético se ve favorecido por el dominio de los significados, nociones y conceptos numéricos referidos a los números naturales); Reportes de Investigación: Resolución de problemas en el segundo ciclo de la EGB (9 a 11 años) ¿por qué resulta un tema de interés?, (los problemas como ámbitos para contextualizar los conocimientos matemáticos a enseñar); Aplicando una variedad didáctica matemática en la resolución de tipos de problemas, Poblete y Díaz, Chile (resolver problemas implica poner en juego competencias cognitivas de orden superior, de aprendizaje lento, interconectadas de forma compleja entre ellas, características que las hacen difícilmente observables o medibles ¿cómo podemos constatar los aprendizajes de los estudiantes, sus habilidades e identificar sus dificultades? ¿cómo podemos guiar el proceso y valorar sus logros? Sin duda que las estrategias didácticas para el desarrollo de la habilidad de resolución de problemas y su evaluación, en sus múltiples formas, se presentan como los aspectos más complejos en la tarea del enseñante...existen escasos estudios relacionados con estrategias que permitan desarrollar la habilidad de la resolución de tipos de problemas en áreas particulares de la matemática ... tipos de problemas según su naturaleza: rutinarios y no rutinarios, según el contexto real, realista, fantasista y puramente matemático).

41

A propósito de los problemas geométricos: recomendaciones didácticas Díaz Aguilar, Reverón, Cuba (papel de las concepciones previas de los alumnos en su enfrentamiento a la resolución de problemas geométricos en el ámbito escolar... el saber hacer ante la presencia de situaciones geométricas verdaderamente problemáticas, estriba en el conocimiento de estrategias de solución y de los conceptos, proposiciones, etc. que figuran en las condiciones y las exigencias de tales interrogantes); La resolución de problemas: un medio para aprender matemática; Relación entre resolución de problemas y calidad del aprendizaje de la matemática: organización de las clases de Matemática a partir de la resolución de problemas y las formas de organización de la actividad del alumno en la búsqueda de los nuevos conceptos, teoremas, procedimientos y su fijación); estudio de estrategias de solución y una propuesta para la enseñanza de razón y proporción, Ruiz, México (explorar las estrategias que usan estudiantes pertenecientes a un grupo de sexto grado al resolver problemas de razón y proporción para poder reconocer componentes cualitativos y cuantitativos del pensamiento ligado a estos tópicos y sus diver-



través del análisis de los procedimientos de resolución; el análisis de las *producciones escritas como medio* para obtener información acerca del pensamiento del resolutor; las *herramientas conceptuales* para el estudio de la actividad cognitiva del resolutor; (e) La resolución de problemas como Contexto de Aprendizaje; en este caso el interés está averiguar cómo aprender Matemática a través de la actividad de resolver problemas; (f) Taxonomías de los Problemas; estos son los trabajos que han aportado criterios para clasificar los problemas; (g) Estudio de las estrategias que usan los alumnos para resolver problemas.

III Simposio de educación matemática (Chivilcoy, Mayo 2001)

Mostremos ahora la preocupación por la resolución de problemas manifestada en este III Simposio de Educación Matemática; la actividad está expresada en la forma de Seminarios (Modelaje matemático en resolución de problemas, Jorge Sagula); Talleres (La resolución de problemas en la escuela: algunas reflexiones, Juan Nápoles Valdés; problemas Matemáticos de la antigüedad, Irene Zapico y Gisela Serrano); Simposio (I Simposio Formulación, Modelaje y Resolución de Problemas); Conferencia (la resolución de problemas desde la perspectiva de los procesos de pensamiento del resolutor, Fredy González) y exposición de artículos (Resolução de problemas em ambientes virtuais de aprendizagem, Flemming y Flemming, Brasil; Una experiencia cooperativa-colaborativa asincrónica aplicada a la resolución de problemas, Pérez, Gómez, Lage y Cataldi, Argentina; Investigación acerca de las contribuciones de los espacios extracurriculares en resolución de problemas al aprendizaje de la matemática, Bastán, Buffarini, Elguero, Licera, Rosso, Pardo y Tapia, Argentina; Desenvolvimento curricular no ensino médio com base na resolução de problemas a partir de pressupostos vygotksyanos, Negrelle y Brecimann, Brasil; Análisis de algunos procedimientos de resolución puestos en juego por alumnos de la escuela media en una situación de homotecia, Colombo y Zón, Argentina; Cadeias de Markov na resolução de problemas, Hein y Biembengut, Brasil; Ejercicios y problemas en las clases de aritmética: exploración de la acción docente, Montoro, Ferrero, Ferraris, Argentina).

Las tendencias de la investigación en resolución de problemas derivadas a partir del análisis del contenido de los trabajos presentados en este

III Simposio son las siguientes: (a) Estudio de las relaciones entre Resolución de Problema y Aprendizaje, atendiendo su presencia en *Ambientes Virtuales de Aprendizaje* y considerando modalidades como la de *Aprendizaje Colaborativo*; (b) Resolución de problemas y Currículum, generando conocimiento necesario para la *creación de Espacios Curriculares* basados en la resolución de problemas y el *desarrollo curricular* a partir de la tarea de resolver problemas; (c) Resolución de Problemas y otras Actividades Cognitivas, especialmente el Modelaje de Situaciones propias de la realidad cotidiana; (d) resolución de problemas desde la perspectiva del resolutor, atendiendo principalmente al análisis de los procedimientos que él utiliza cuando resuelve problemas; (e) resolución de problemas y formación docente; aquí el interés está focalizado en estimular la reflexión sobre la práctica de los docentes ante la tarea de realizar ejercicios y resolver problemas; así como también al análisis de la presencia de la resolución de problemas en diferentes actividades escolares.

Proposición de tendencias: denominación y caracterizadores

44

Para cada una de las reuniones reseñadas se elaboró un cuadro contentivo de las tendencias identificadas junto con algunos de sus caracterizadores. A continuación serán mostrados los cuadros aludidos.

Evento: III Congreso Iberoamericano de Educación Matemática (Caracas, Julio 1998)

Denominación	Caracterización
Perspectiva Globalizadora: trabajos que tratan el asunto de la resolución de problemas desde un punto de vista global, concibiéndola como contexto para la realización de diferentes acciones didácticas.	(a) <u>Aprendizaje</u> de la Matemática, (b) <u>enseñanza</u> de la Matemática, (c) <u>aplicación</u> de la Matemática, (d) <u>motivación</u> del estudio de la Matemática, es decir, ámbito para generar actitudes positivas hacia la Matemática



<p>Perspectiva Analítica son ubicados los trabajos que examinan la resolución de problemas tomando en consideración aspectos específicos del problema en si o del proceso de búsqueda de la solución.</p>	<p>(a) La <u>estructura</u> del problema; como producto de este abordaje han sido elaborados esquemas taxonómicos que sirven como referencia para clasificar a los problemas según categorías, clases, tipo etc.; (b) el <u>carácter de la tarea</u> de resolver un problema; en este caso se procura la identificación de las exigencias cognitivas implicadas en el proceso de resolver problemas; (c) el <u>resolutor</u> en relación con: su comportamiento general en términos de conductas y actitudes; procedimientos de resolución que utiliza; procesos de pensamiento que activa; y (d) <u>Contenido matemático asociado</u>, tanto el conceptual como el procedimental</p>
---	---

Evento: Décimo Tercera Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (Santo Domingo, 1999)

Denominación	Caracterización
(a) La resolución de problemas como <u>objeto cognoscitivo</u>	Trabajos que procuran: identificar técnicas de resolución; derivar constructos conceptuales; identificar categorías para clasificar a los problemas; analizar las estrategias de resolución utilizadas por los alumnos; crear modelos a partir de perspectivas teóricas
(b) La resolución de problemas y sus <u>vínculos con los procesos de formación</u> inicial y formación continuada de los profesores de matemática	El interés por establecer cuál es el papel que la resolución de problemas desempeña en el tránsito de estudiante a profesor y en la actuación del profesor como profesional, ha permitido: redimensionar las prácticas que los docentes ejercitan en el aula de clases e identificar las concepciones que los profesores tienen acerca de los problemas y de su proceso de resolución;

(c) La resolución de problemas y sus <u>aspectos teleológicos</u>	Revisar cómo la resolución de problemas puede contribuir al logro de diferentes propósitos en la educación matemática, entre los que se destacan: desarrollo de la matemática como disciplina; enseñanza de aspectos específicos de diferentes disciplinas; estímulo del pensamiento del alumno; desarrollo de un currículo integrado
(d) La resolución de Problemas como <u>contexto de aprendizaje</u>	Creación de contextos pedagógicos participativos, colectivos, grupales y colaborativos; y de la vinculación de la Matemática con la realidad;
(e) La resolución de problemas desde una <u>perspectiva cognitiva</u> ;	Se examinan las exigencias cognitivas del proceso de resolución y se concibe a éste como una instancia de uso de Herramientas Conceptuales, tales como la Visualización Espacial, entre otras.
(f) La resolución de problemas y la <u>Nuevas Tecnologías</u> ;	Los trabajos que se orientan hacia el estudio del impacto que tiene la aplicación de la Informática y de las Nuevas Tecnologías (calculadoras gráficas, computadoras) sobre el proceso de resolución; además, se incluyen aquí las producciones asociadas con la modelización.

46

**Evento: V Reunión de Didáctica Matemática del Cono Sur
(Chile, Enero, 2000)**

Denominación	Caracterizadores
(a) <u>Uso didáctico</u> de la resolución de problemas	En este caso se trata de ilustrar las aplicaciones de temas matemáticos específicos y de integrar diferentes disciplinas o áreas distintas de la Matemática utilizando a los problemas para lograrlo



(b) <u>Cognición</u> y Resolución de Problemas	En este ámbito el interés se vincula con: examen de la actividad cognitiva desplegada por el resolutor; estudio de las estrategias usadas en el proceso de resolución; comparación con otro tipo de tareas tales como la interpretación de preguntas, los juegos de estrategias y la construcción de modelos, aspectos conceptuales, qué se entiende por "Problema" y por "Resolución de Problemas"
(c) Resolución de Problemas y <u>Aprendizaje</u> ,	Estos trabajos se interesan por averiguar cómo pueden adquirirse conceptos matemáticos empleando la resolución de problemas;
(d) Resolución de Problemas y <u>Formación Docente</u>	Estos trabajos se interesan por estimular procesos de reflexión compartida entre varios docentes cuya práctica de aula esté basada en resolución de problemas, y también se refieren a cómo usar la resolución de problemas como estrategia de formación;
(e) Resolución de Problemas y <u>Nuevas Tecnologías</u>	Aquí los trabajos se preocupan por los efectos sobre distintos aspectos de la resolución provocados por la aplicación y uso de las nuevas tecnologías, principalmente las computadoras y las calculadoras gráficas; además, existe preocupación por la formulación, análisis, exploración de problemas utilizando Nuevas Tecnologías, lo cual está dando paso a un área novedosa: la experimentación en Matemática, asociada con la identificación de regularidades, la formulación de conjeturas, el ensayo de hipótesis, la demostración numérica;
(f) La Resolución de Problemas como <u>Objeto de Estudio</u>	Los trabajos en este caso se preocupan por la aplicación de herramientas conceptuales en la identificación de las exigencias de la tarea de resolución de problemas, como por ejemplo el Análisis A Priori sugerido por la Didáctica Francesa.

**Evento: Décimo Cuarta Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa
(Panamá, Julio 2000)**

Denominación	Caracterizadores
(a) Resolución de Problemas y Mejoramiento del <u>Desempeño en Matemática</u> ,	Con lo cual se procura el fortalecimiento de la habilidad numérica y la adquisición de nuevos conocimientos (conceptos, teoremas y procedimientos)
(b) <u>Resolución y Actuación del Docente</u> ;	El conocimiento generado en este ámbito se asocia con: la resolución de problemas vista como contexto propiciatorio de la enseñanza de la Matemática; la organización de las clases de Matemática a partir del planteamiento de situaciones problemáticas; el diseño de recomendaciones didácticas para enseñar Matemática a partir de la resolución de problemas; y la elaboración de estrategias didácticas para el desarrollo de la habilidad de resolver problemas;
(c) La presencia de la resolución en <u>eventos claves del trabajo de aula</u> ,	Especialmente el que tiene que ver con la evaluación del aprendizaje en Matemática
(d) La <u>Resolución de Problemas y la Cognición en Matemática</u>	Aquí son incluidos los trabajos que tiene que ver con: las Exigencias Cognitivas del proceso resolutor; el papel de las concepciones previas de los resolutores; el estudio de los procesos de pensamiento a través del análisis de los procedimientos de resolución; el análisis de las producciones escritas como medio para obtener información acerca del pensamiento del resolutor; las herramientas conceptuales para el estudio de la actividad cognitiva del resolutor
(e) La resolución de problemas como <u>Contexto de Aprendizaje</u>	En este caso el interés está averiguar cómo aprender Matemática a través de la actividad de resolver problemas
(f) Taxonomías de los Problemas	Estos son los trabajos que han aportado criterios para clasificar los problemas



(g) Análisis de Estrategias	Estudio de los métodos, técnicas, procedimientos, recursos, etc. que usan los alumnos para resolver problemas
-----------------------------	---

**Evento: III Simposio de Educación Matemática
(Chivilcoy, Argentina, Mayo 2001)**

Denominacion	Caracterizadores
(a) Estudio de las relaciones entre Resolución de Problema y <u>Aprendizaje</u> ,	Atendiendo su presencia en Ambientes Virtuales de Aprendizaje y considerando modalidades como la de Aprendizaje Colaborativo;
(b) Resolución de problemas y Currículum,	Generando conocimiento necesario para la creación de Espacios Curriculares basados en la resolución de problemas y el desarrollo curricular a partir de la tarea de resolver problemas;
(c) Resolución de Problemas y otras Actividades Cognitivas,	Especialmente el Modelaje de Situaciones propias de la realidad cotidiana;
(d) resolución de problemas desde la perspectiva del resolutor,	Atendiendo principalmente al análisis de los procedimientos que él utiliza cuando resuelve problemas;
(e) resolución de problemas y formación docente;	Aquí el interés está focalizado en estimular la reflexión sobre la práctica de los docentes ante la tarea de realizar ejercicios y resolver problemas; así como también al análisis de la presencia de la resolución de problemas en diferentes actividades escolares.

Esquema-Síntesis de cada evento

Con base en los cuadros anteriores, fueron elaborados los siguientes esquemas en los cuales tanto las tendencias como sus caracterizadores son referidos mediante palabras clave.

Una Revisión de los Trabajos sobre Resolución Matemática en cinco eventos sobre Educación Matemática Realizados en América Latina en los últimos tres años (1998–2001).

Evento	Perspectiva	Descripción
III CIBEM	Globalizadoras	<ol style="list-style-type: none"> 1. Aprendizaje 2. Enseñanza 3. Motivación 4. Aplicaciones
	Analíticas	<ol style="list-style-type: none"> 1. Estructura 2. Tarea 3. Resolutor 4. Contenido Matemático

50

Una Revisión de los Trabajos sobre Resolución Matemática en cinco eventos sobre Educación Matemática Realizados en América Latina en los últimos tres años (1998–2001) (*continuación*)

Evento	Perspectiva	Descripción
RELME 13	Aspectos teleológicos	<ol style="list-style-type: none"> 1. Desarrollo Disciplinario 2. Enseñanza de Contenidos Matemáticos Específicos 3. Estudios del Pensamiento del Resolutor 4. Desarrollo Curricular
	Contextos de aprendizaje	<ol style="list-style-type: none"> 1. Aprendizaje Colaborativo 2. Matemática y Realidad
	Perspectiva cognitiva	<ol style="list-style-type: none"> 1. Exigencias Cognitivas 2. Herramientas Conceptuales



	Nuevas tecnologías	<ol style="list-style-type: none"> 1. Calculadoras Gráficas y Computadoras 2. Matemática Experimental
	Formación docente	<ol style="list-style-type: none"> 1. Concepciones del Profesor 2. Formación Inicias 3. Formación Permanente
	Objeto cognoscitivo	<ol style="list-style-type: none"> 1. Técnicas Utilizadas 2. Constructos Teóricos desarrollados 3. Categorías Clasificadoras 4. Estrategias de Resolución 5. Modelos para Representar Situaciones Reales
V REUNIÓN CONO SUR	Uso didáctico	<ol style="list-style-type: none"> 1. Aplicaciones 2. Integración Disciplinaria
	Aprendizaje	<ol style="list-style-type: none"> 1. Contexto para la adquisición de conocimientos matemáticos
	Objeto de estudio	<ol style="list-style-type: none"> 1. Aplicación de Herramientas Conceptuales
	Nuevas tecnologías	<ol style="list-style-type: none"> 1. Formulación de Problemas 2. Efectos del uso de las NT 3. Matemática Experimental
	Formación docente	<ol style="list-style-type: none"> 1. Reflexión sobre la Práctica 2. Estrategias de Formación
	Cognición	<ol style="list-style-type: none"> 1. Exigencias Cognitivas 2. Estudio de Estrategias 3. Comparación con otras tareas 4. Creación de Modelos 5. Aspectos Conceptuales

Una Revisión de los Trabajos sobre Resolución Matemática en cinco eventos sobre Educación Matemática Realizados en América Latina en los últimos tres años (1998–2001) (*continuación*)

Evento	Perspectiva	Descripción
RELME 14	Desempeño del resolutor	1. Habilidad Numérica 2. Adquisición de Conocimientos Nuevos
	Trabajo en el aula	1. Evaluación
	Contexto de aprendizaje	1. Cómo aprende el alumno
	Aspectos taxonómicos	1. Esquemas Clasificatorios
	Formación docentes	1. Contexto Organizacional 2. Estrategias Didácticas
	Cognición	1. Exigencias Cognitivas 2. Conocimientos Previsto 3. Procesos de pensamiento 4. Producciones Escritas como medio de evaluación 5. Herramientas Conceptuales
III SIMPOSIO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA	Aprendizaje	1. Ambientes Virtuales 2. Aprendizaje Colaborativo
	Currículum	1. Desarrollo de Espacios Curriculares
	Otras actividades	1. Comparación con Modelaje
	Perspectiva del resolutor	1. Procedimientos Utilizados
	Formación docente	1. Reflexión 2. Uso

52

Al comparar estos esquemas, se puede percibir que en la investigación sobre resolución de problemas en América Latina destacan dos clases de tendencias: (a) Globalizadores: se incluyen aquí los trabajos que tratan el asunto de la resolución de problemas desde un punto de vista global, concibiéndola como contexto para la realización de diferentes acciones didácticas; y (b) Analíticas: aquí son ubicados los trabajos que examinan la



resolución de problemas tomando en consideración aspectos específicos del problema en si o del proceso de búsqueda de la solución.

En las **Tendencias Globalizadoras**, los focos de interés son los siguientes: (1) Resolución de Problemas y Formación Docente; (2) Resolución de Problemas y Aprendizaje de la Matemática; (3) Resolución de Problemas y Nuevas Tecnologías; (4) Resolución de Problemas como Objeto de Estudio en Si Mismo; (5) Aspectos Teleológicos de la Resolución de Problemas; (6) Resolución de Problemas y Enseñanza de la Matemática; y, (7) Resolución de Problemas y Currículum.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y FORMACIÓN DOCENTE: Aquí el interés está focalizado en establecer vínculos entre la resolución de problemas y los procesos de formación inicial y formación continuada de los profesores de Matemática; una de las líneas de trabajo procura aclarar cuál es el *papel que la resolución de problemas desempeña en el tránsito de estudiante a profesor y en la actuación del profesor como profesional*; en este caso se ha podido *redimensionar las prácticas* que los docentes ejercitan en el aula de clases e *identificar las concepciones* que los profesores tienen acerca de los problemas y de su proceso de resolución; otros trabajos se interesan por estimular *procesos de reflexión compartida entre varios docentes* cuya práctica de aula esté basada en resolución de problemas, y también se refieren a cómo usar la resolución de problemas como *estrategia de formación*; el conocimiento generado en este ámbito se asocia con los siguientes aspectos: la resolución de problemas vista como *contexto propiciatorio de la enseñanza* de la Matemática; la *organización de las clases* de Matemática a partir del planteamiento de situaciones problemáticas; el diseño de *recomendaciones didácticas* para enseñar Matemática a partir de la resolución de problemas; y la *elaboración de estrategias didácticas* para el desarrollo de la habilidad de resolver problemas; finalmente, también son identificables trabajos que tienen como propósito estimular la reflexión sobre la práctica de los docentes ante la tarea de realizar ejercicios y resolver problemas; así como también al análisis de la presencia de la resolución de problemas en diferentes actividades escolares.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA: El foco de interés de estos trabajos es averiguar *cómo pueden adquirirse conceptos matemáticos* empleando la resolución de problemas; algunos plantean la creación de *contextos pedagógicos participativos*, colectivos,

grupales y colaborativos y la *vinculación de la Matemática con la realidad*; otros, procuran el fortalecimiento de la *habilidad numérica* y la *adquisición de nuevos conocimientos* (conceptos, teoremas y procedimientos) creando *Ambientes Virtuales de Aprendizaje* y considerando modalidades como la de *Aprendizaje Colaborativo*.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y NUEVAS TECNOLOGÍAS: Aquí los trabajos se preocupan por los *efectos* sobre distintos aspectos de la resolución provocados por la aplicación y uso de las nuevas tecnologías, principalmente las computadoras y las calculadoras gráficas; además, existe preocupación por la *formulación, análisis, exploración de problemas* utilizando Nuevas Tecnologías, lo cual está dando paso a un área novedosa: la *experimentación en Matemática*, asociada con la identificación de regularidades, la formulación de conjeturas, el ensayo de hipótesis, la demostración numérica; además, se incluyen aquí las producciones asociadas con la *modelización*.

LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMO OBJETO DE ESTUDIO EN SI MISMO: los trabajos en este caso se preocupan por la *aplicación de herramientas conceptuales* en la identificación de las exigencias de la tarea de resolución de problemas, como por ejemplo el *Análisis A Priori* sugerido por la Didáctica Francesa; también se incluyen aquí los trabajos que procuran: identificar *técnicas* de resolución; derivar *constructos* conceptuales; identificar *categorías* para clasificar a los problemas; analizar las *estrategias de resolución* utilizadas por los alumnos; crear modelos a partir de perspectivas teóricas, identificar relaciones de la resolución de problemas con otros tareas tales como Modelaje y Formulación de preguntas.

LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y SUS ASPECTOS TELEOLÓGICOS: los trabajos orientados por esta tendencia se preocupan por revisar cómo la resolución de problemas puede contribuir al logro de diferentes propósitos en la educación matemática, entre los que se destacan: desarrollo de la *matemática como disciplina*; enseñanza de *aspectos específicos de diferentes disciplinas*; estímulo del *pensamiento del alumno*; desarrollo de un *currículo* integrado.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA: Este, quizás, es uno de los ámbitos más fructíferos de la investigación sobre resolución de problemas que se realiza en América Latina; en este ámbito se han planteado, entre otros, los siguientes asuntos: características que han



de tener los problemas en función de la edad de los alumnos; cómo utilizar planteamientos problemáticos para la enseñanza de asignaturas específicas; utilización didáctica de los problemas y los ejercicios; consideración de la resolución de problemas como contexto para mostrar la aplicabilidad de la Matemática; utilización de problemas como contexto para la integración interdisciplinaria de la Matemática con otras disciplinas; todo ello ha permitido la elaboración de sugerencias para el uso de la resolución de problemas en el aula.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y CURRÍCULUM: Los trabajos orientados desde esta perspectiva procuran la generación del conocimiento necesario para la *creación de Espacios Curriculares* basados en la resolución de problemas y el *desarrollo curricular* a partir de la tarea de resolver problemas; algunos de los logros se asocian con planteamientos que propician la vinculación de Matemática con la realidad a través de la Resolución de Problemas; otros averiguan la presencia de la Resolución de Problemas en materiales educativos impresos.

En las **Tendencias Analíticas** están ubicados los trabajos que examinan la resolución de problemas tomando en consideración aspectos específicos del problema en sí o del proceso de búsqueda de la solución. Dentro de esta perspectiva se ubican las siguientes clases:

ESTUDIO DE LA ESTRUCTURA DEL PROBLEMA: como producto de este abordaje han sido elaborados esquemas taxonómicos que sirven como referencia para clasificar a los problemas según categorías, clases, tipo etc.

EXAMEN DEL CARÁCTER DE LA TAREA DE RESOLVER UN PROBLEMA: en este caso se procura la identificación de las exigencias cognitivas implicadas en el proceso de resolver problemas.

INCIDENCIA DEL CONTENIDO MATEMÁTICO ASOCIADO: en este caso se procura averiguar el impacto que sobre la tarea de resolver un problema tiene el contenido matemático, tanto el conceptual como el procedimental, al cual se refiere el planteamiento.

LA PERSPECTIVA DEL RESOLUTOR: en este caso, el interés está colocado en la persona que asume la tarea de resolver un problema, tanto en relación con su *comportamiento general* en términos de conductas y actitudes como con los *procedimientos de resolución* que utiliza y los *procesos de pensamiento* que activa cuando se esfuerza por resolver un problema; en

este ámbito se han derivado ciertos constructos teóricos, como el de Tarea Intellectualmente Exigente, y se han hecho esfuerzos por establecer cómo es posible el desarrollo de habilidades cognitivas mediante la utilización de la resolución de problemas.

Enfoque cognitivo de la resolución de problemas matemáticos

Con base en los desarrollos alcanzados por la psicología cognoscitiva se han derivado prescripciones y aplicaciones para el área educativa entre las que se destacan las relacionadas con el entrenamiento en los procesos cognoscitivos que una persona desarrolla cuando se aboca a una tarea intelectualmente exigente, como lo es la resolución de problemas; desde la perspectiva de la psicología cognoscitiva se incentiva el estudio de las estrategias que las personas desarrollan en el proceso de resolver problemas, y la utilización de éstos como medio para que los estudiantes desarrollen su pensamiento matemático, procurando que en el aula de clase cuenten con un ambiente que les permita hacer Matemática, es decir, ejecutar acciones similares a las que ejecutan los matemáticos (productores de Matemática) cuando realizan su trabajo profesional.

La perspectiva cognitiva de la resolución de problemas se orienta hacia “[...] el examen de la forma como gente que desarrolla matemática actúa cuando resuelve problemas matemáticos.” (SANTOS, 1992, p. 19). Este examen exige la consideración del “[...] tipo de estrategias que utilizan inicialmente al resolver problemas, los cambios que ocurren durante el proceso, y los aspectos metacognoscitivos.” (SANTOS, 1992, p. 19).

Sin embargo no se recomienda que se preste atención sólo al aspecto cognoscitivo, al contrario, se señala que “[...] las estrategias, técnicas y el contenido matemático que intervienen en el proceso de resolución de problemas son inseparables unas de otras. No hay habilidades para resolver problemas al margen o independientes del contenido matemático.” (RODRÍGUEZ, 1984, p. 4). En torno a este aspecto, Schoenfeld (referido por SANTOS, 1992, p. 19) señala que para entender el proceso usado por quienes resuelven problemas matemáticos en ámbitos escolares resulta necesario tomar en cuenta “[...] la disciplina, la dinámica del salón de clases, y el aprendizaje junto con el proceso de pensar.” De aquí puede inferirse que la



investigación de la resolución de problemas en contextos escolarizados es un ámbito donde convergen los matemáticos, los profesores de Matemática, los psicólogos del aprendizaje y los psicólogos cognoscitivistas.

Los estudios de Schoenfeld lo han llevado a identificar los componentes del proceso de resolución de problemas: (a) *dominio del conocimiento* (definiciones, hechos, conceptos y principios propios de la Matemática); (b) *estrategias cognoscitivas* (métodos heurísticos: descomponer el problema en casos más simples, invertir el problema, dibujar diagramas); (c) *estrategias metacognoscitivas* (la metacognición se entiende como el conocimiento que uno tiene acerca de los procesos y productos cognitivos de uno mismo y de otros. También hace referencia al automonitoreo, la regulación y la evaluación de la actividad cognitiva propia). Los aspectos metacognitivos del proceso de solución de problemas incluyen cuestiones tales como: hacer una apreciación inicial de la competencia personal o de la capacidad que se tiene para resolver el problema, estimar la dificultad del problema, o tomar decisiones con respecto a la inversión de los recursos cognitivos; monitoreo del proceso: selección de estrategias, toma de decisiones – cambiar de plan o enfoque como consecuencia de la evaluación del proceso –; los aspectos metacognoscitivos parecen constituir “fuerzas directrices” de todo episodio de resolución de problemas; (d) *sistema de creencias del alumno* (ideas que los estudiantes tienen acerca de la Matemática, y de cómo resolver problemas); y, (e) *actividades de aprendizaje* (situaciones que hacen que el estudiante lea, conceptualice y escriba argumentos matemáticos).

57

Veamos como podrían integrarse estos cinco aspectos. Tener conciencia de lo que conozco para saber cómo, dónde y cuándo usarlo; desarrollar la capacidad para controlar, regular, marcar la cadencia o ritmo de los procesos que internamente activo cuando desarrollo tareas que me demandan esfuerzo intelectual como cuando me embarco en un proceso para encontrar la solución de algún problema matemático; así como la conciencia plena de cuáles son mis creencias en torno a la Matemática, a sus procesos de formación, a la misión de quienes la trabajan (matemáticos, profesores de Matemática); son aspectos que tienen que ver con la metacognición. Es probable que la capacidad de un sujeto para hacer Matemática en la escuela (es decir, la realización en ambientes escolares de acciones análogas a las que realiza un matemático profesional) esté vinculada con sus destrezas o habilidades metacognoscitivas.

La resolución de problemas • con todas sus implicaciones cognitivas, afectivas, psicosociales, morales etc. • constituye un buen escenario para propiciar el desarrollo de habilidades metacognoscitivas de los futuros docentes de Matemática.

El desarrollo de la metacognición es posible; una vía para ello es el entrenamiento en resolución de problemas, esto se puede lograr mediante la implementación de un contexto cultural en donde se propicien situaciones sociales, tanto ricas como enriquecedoras matemáticamente. En el aula se han de enfrentar, tanto docentes como alumnos, a situaciones problemáticas que permitan el abordaje de múltiples nociones matemáticas (tanto las que tiene que ver con conceptos, principios, reglas, etc., como con los modos como la Matemática opera con todos estos elementos); este abordaje debe hacerse de forma tal que genere la posibilidad de actuar ante ellas como lo haría un matemático, de este modo, los alumnos podrían desarrollar modos de comportamiento matemático, trabajando directamente con la Matemática, esto le permitirá deslastrarse de concepciones erróneas que probablemente haya desarrollado en torno a este quehacer y que se constituyen en serios obstáculos para su aprendizaje de la misma.

58

Como “coach intelectual” de los alumnos, el docente debe orientar su gestión hacia el desarrollo del pensamiento matemático de aquellos, esto es logable • insistimos en ello • mediante la organización de experiencias de aprendizaje vinculadas con la resolución de problemas. Schoenfeld sugiere cuatro modalidades que se complementan unas a otras:

El uso del video: a los alumnos se le muestran videos en los que aparecen otros alumnos tratando de resolver problemas, los espectadores -como hacen los “mánagers de tribuna” • comienzan a criticar al protagonista • es decir, a quien aparece en el video enfrentado con el problema • hasta que se dan cuenta de que el papel de quien es objeto de sus críticas, eventualmente podría ser desempeñado por ellos mismo – en fin de cuentas el protagonista es un alumno igual que ellos –; deste modo, se espera que el grupo de alumnos tome conciencia de todo lo que está implicado • cognitivamente hablando- en el proceso de resolución de problemas.

El docente como modelo: en este caso, el docente, en vivo y directo, frente al grupo total de alumnos se enfrasca en el proceso de resolver algún problema tratando, en la mayor medida que le sea posible, de mostrarle a los



alumnos cómo es que él procede de modo que, eventualmente, los alumnos puedan llegar a imitarlo.

Resolver problemas en grupo total: aquí todo el grupo de alumnos, dirigido por el docente, se aboca a la búsqueda de solución de algún problema.

Resolver problemas en pequeños grupos: el grupo total es dividido en pequeños grupos, de tres o cuatro integrantes, quienes se abocan a resolver problemas. El pequeño grupo proporciona un contexto en el cual cada uno de los alumnos debe emitir, compartir, defender, negociar y modificar opiniones o puntos de vista en torno al enfoque que ha de dársele al proceso para resolver un problema; se espera que estos intercambios contribuyan al desarrollo del pensamiento matemático de cada uno de los integrantes del pequeño grupo.

Modelos, estrategias y procedimientos aplicables en la resolución de problemas matemáticos

El estudio de los mecanismos que emplean las personas para resolver problemas ha dado lugar a la proposición de diferentes modelos con los que se trata de representar, analizar, explicar o describir el complejo proceso de resolución de problemas el cual, según Kilpatrick (1985) puede abordarse desde variadas perspectivas: matemática (los problemas como razón de ser del quehacer matemático), pedagógica (los problemas como vía de adquisición de conceptos, reglas y principios matemáticos, y de las habilidades, destrezas y técnicas para trabajar con estos elementos esenciales de la Matemática), sociológica (los problemas como una instancia que permite la generación de una situación social que, en un contexto culturizador determinado, brinda al sujeto la posibilidad de apropiarse de los modos de comportamiento propios de los hacedores de Matemática); y psicológica (los problemas como instancias que permiten al sujeto que intenta solucionarlo revelar los mecanismos interiorizados que activa cuando ejecuta tareas intelectualmente exigentes).

El tratamiento escolar de los problemas matemáticos debería integrar las cuatro perspectivas aludidas por Kilpatrick (1985); pensamos que las propuestas elaboradas por Schoenfeld (1985) se orientan en esa dirección.

La perspectiva psicológica del proceso de resolución de problemas nos permite enfocar la situación desde el punto de vista de la actuación del sujeto que intenta resolver el problema. Tres han sido los enfoques que han predominado en la interpretación psicológica de la Resolución de Problemas: (a) la posición asociacionista de acuerdo con la cual la conducta resolutoria se explica por ensayo y error, y mediante refuerzos adecuados se consolidan las respuestas que progresivamente se van acercando a la solución, meta de todo el proceso; (b) el enfoque de la Gestalt que considera que la resolución de problemas implica: el descubrimiento de una relación significativa de medios a fin; la transposición de un principio ya aprendido a una situación nueva, pero análoga, o una reestructuración y configuración perceptiva, alcanzada bruscamente por *insight* (Marchena y Avila, 1993); (c) el enfoque de procesamiento de información desde el cual el estudio de la resolución de problemas se centra en el análisis de los procesos interiorizados de pensamiento que el sujeto desencadena durante la actividad resolutoria de problemas. Quienes adoptan este punto de vista conciben al sistema cognitivo humano como

60

[...] un procesador de información y a la inteligencia como un sistema general de tratamiento de esa información. Siguiendo esta analogía, el procesamiento se realiza en serie, es decir, mediante una secuencia de pasos sucesivos que realizan operaciones parciales dentro de un determinado programa de posibilidades de elección y/o modificación del programa aplicado hace que el sistema se comporte de un modo flexible, adaptando las variaciones de un esquema general a los requisitos de la situación problemática actual. (MARCHENA; AVILA, 1993, p. 709).

Esta concepción del intelecto humano como un sistema procesador de información constituye un contexto explicativo en el cual encuentran asiento los modelos que visualizan el proceso de resolución de problemas como una sucesión de acciones que se desarrollan a lo largo de un continuo dividido en una serie de fases que pueden ser recorridas siguiendo una multiplicidad de trayectorias por las que cada individuo se desplaza idiosincráticamente en función de sus personales características cognitivas, afectivas y sociales;

Las descripciones de las etapas que teóricamente han de recorrerse durante el proceso de resolución de problemas han dado lugar a varios modelos, entre los que destaca el Modelo de Polya. Un análisis de los diversos



modelos permitirá identificar las etapas o fases generales del proceso de resolución de problemas comunes a la mayoría de ellos;

Marchena y Avila (1993) describen la situación del modo como se expone a continuación. Ante un problema, lo primero que hacemos es tomar conciencia, reconocer que el mismo existe (*identificar*); luego, hacemos una representación de toda la situación problemática (*definir*); responder las siguientes interrogantes ¿cuál es el estado inicial, cuál es la meta o situación final, qué transformaciones son necesarias para pasar del estado inicial al estado final, qué restricciones existen para alcanzar la meta? (*comprender*); una vez identificado, definido y comprendido el problema, ideamos las estrategias que seguiremos (*elaborar un plan de acción*); y, finalmente, ponemos en marcha el plan diseñado (*ejecutar*);

Además, para la resolución de un problema, el sujeto se involucra globalmente, es decir, activa todo su ser: la parte cognitiva (que abarca tanto lo que conoce del área del saber a la que se refiere el problema, los modos con los que opera con los elementos de ese saber -procesos cognitivos- y los recursos que emplea para secuenciar, controlar, regular y dirigir los modos operativos -procesos metacognoscitivos), y la parte afectiva (que abarca las creencias, valores, concepciones y apreciaciones que tiene tanto del contenido mismo del problema como de sus propias capacidades intelectuales), también se incluyen los estados anímicos que lo acompañan cuando se encuentra inmerso en la situación problemática;

La resolución de problemas se concebirá como una situación en la que un sujeto, movido por ciertas circunstancias (personales, académicas, sociales, o de alguna otra índole) se ve en la necesidad de procesar cierta información, involucrando todos sus recursos cognitivos, afectivos, psicofísicos, con miras a alcanzar una meta (intelectual o física) deseada, y de la cual está separado por una trayectoria que se encuentra bloqueada o no está definida de manera precisa;

El acortamiento de la distancia que separa al estado inicial (planteamiento, enunciado del problema) de su estado final puede implicar alguna de las siguientes situaciones: definir, recorrer, descubrir, diseñar o construir una trayectoria que conecte los dos estados. El tránsito por el espacio que separa al estado inicial del estado final podría hacerse de modo disperso, asistemático, al azar, de esta forma el sujeto podría lanzar una serie de "palos de

ciego" que resultarían ineficaces e ineficientes, podría pasarse todo el tiempo "dando tumbos" sin lograr siquiera acercarse a la solución;

Lo ideal es adoptar un enfoque cognitivo estratégico. Una estrategia cognitiva alude a un uso organizado y sistemático de los recursos (cognitivos, afectivos y físicos) que se poseen con miras a lograr cierta meta intelectual considerada valiosa; en una estrategia cognoscitiva, el sujeto integra sus procesos cognoscitivos (mecanismos que activa para captar, comprender, interpretar, procesar información), sus procesos metacognoscitivos (para controlar, regular, dirigir, sus procesos cognitivos) y sus conocimientos previos, de un modo específico en cada caso, con miras al logro de una solución para un problema dado;

En el contexto de este enfoque estratégico, los procedimientos heurísticos, los algoritmos y otros modos operativos matemáticos (graficación, inducción, deducción, analogías, particularización, generalización etc.) son recursos a los que el sujeto puede apelar en un momento dado, de acuerdo con la fase del proceso de resolución de problemas en la que se encuentre;

Los procedimientos heurísticos son aquellos que nos permiten: (a) explorar la situación problemática para comprenderla más cabalmente (elaborar una representación gráfica del problema); (b) utilizar eficientemente los conocimientos previos (reformular el problema, compararlo con un problema análogo cuya solución se conoce); (c) sacar provecho de los conocimientos generales que se poseen acerca de la resolución de problemas (relacionar datos, incógnitas y condiciones; simplificar el problema recurriendo a casos particulares; descomponer el problema en subproblemas); (d) mantener un control sobre el proceso como un todo (evaluar cada uno de los pasos dados hacia la solución; tomar decisiones de cambios de rumbo cuando el camino escogido parezca no estar conduciéndonos hacia la solución); (e) sacarle provecho a la participación en el proceso de resolución de problemas (transferir lo aprendido: qué otro tipo de problemas puedo resolver con el mismo método que apliqué para resolver el problema actual; a qué familia de problemas corresponde el que acabo de resolver, intentar diferentes vías para resolver un mismo problema;extrapolar la solución obtenida hacia otros ámbitos);

Los algoritmos se aplican a problemas de estructura cerrada fija, y están constituidos por secuencias fijas, predeterminadas, de pasos que, si son



seguidos en el orden indicado por el algoritmo, nos conducirá de manera segura, desde el estado inicial hasta el estado final;

Entre los modos operativos matemáticos específicos se cuentan: la inducción matemática, los razonamientos lógico-deductivos, los diferentes modos de demostración matemática -indirectos o directos-y, el razonamiento geométrico.

Procedimientos para examinar el proceso de resolución de problemas

De acuerdo con Schoenfeld (1985), una adecuada caracterización del desempeño de un sujeto durante el proceso de resolución requiere la consideración de: (a) aspectos cognitivos (recursos y heurísticos), (b) aspectos metacognoscitivos (control), y (c) aspectos afectivos (sistema de creencias). Los recursos son todos los conocimientos matemáticos que el individuo posee y que podrían ser aplicados al problema que se desea resolver; aquí se incluyen: intuiciones y conocimiento acerca del dominio donde se ubica el problema, hechos matemáticos específicos, procedimientos algorítmicos, procedimientos de rutina no algorítmicos, dominio de las reglas, normas o modos operativos propios y específicos de un ámbito matemático determinado. Las heurísticas, que son el otro elemento cognitivo, son estrategias o técnicas generales, susceptibles de ser aplicadas en la resolución de problemas no estándar o no familiares; entre ellas se puede mencionar las siguientes: dibujar figuras o diagramas, introducir notación adecuada, sacar provecho de problemas análogos o relacionados, reformular el problema, trabajar hacia atrás (desde la meta hacia el estado inicial) chequear y verificar los procedimientos. Los aspectos metacognoscitivos aluden al control, regulación y supervisión que se ejerce sobre las decisiones que se toman con respecto a la selección e implementación de los recursos y estrategias de las que se dispone para resolver el problema; las acciones metacognoscitivas llevan a quien resuelve el problema a plantearse interrogantes como las siguientes: ¿qué conocimientos estoy aplicando o debo aplicar?, ¿por qué?, ¿para qué?, ¿cómo?, ¿qué estrategia voy a desarrollar?, ¿cómo?, ¿hacia dónde me dirige?, ¿me está resultando efectiva?, ¿qué voy a hacer con el resultado que obtenga en un paso determinado?, ¿cómo me estoy sintiendo?. Así que lo metacognoscitivo

64

recorre el proceso de resolución de un problema a lo largo de todas y cada una de sus fases, y constituye una especie de control que se ejerce sobre la forma como se ejecutan los planes de acción y las decisiones que se toman durante el proceso. Entre los aspectos afectivos se considera el sistema de creencias del sujeto que resuelve el problema, especialmente su "visión del mundo matemático" (lo que él piensa de la matemática, su autoconcepto matemático), y el conjunto de determinantes (no necesariamente conscientes) de la conducta de un individuo: lo que éste cree acerca de si mismo, el ambiente, el tema y la propia Matemática. De lo anterior se desprende que si se desea explicar, tan precisamente como sea posible, qué es lo que ocurre durante el proceso de resolución de problemas, es necesario responder, entre otras, las siguientes interrogantes: ¿Cuál es el conocimiento matemático que es accesible al sujeto que intenta resolver el problema?, ¿cómo es elegido dicho conocimiento?, ¿cómo es usado?, ¿por qué la solución evolucionó en la forma como lo hizo?, ¿de qué manera el enfoque adoptado para resolver el problema refleja la comprensión que el individuo tiene de esta área de la Matemática?, y cuál es la relación entre dicha comprensión y la ejecución o desempeño del individuo?, y finalmente, ¿cómo se explica el éxito o el fracaso del intento de resolución." (SCHOENFELD, 1985).

Ahora bien, ¿cuál es el mejor contexto para observar el desempeño de un sujeto como resolvidor de problemas?. Puig y Cerdan señalan que

[...] el uso de herramientas heurísticas, que se posean implícitamente o de las que se haya recibido instrucción, puede ser examinado mediante pruebas escritas a las que se someta a los sujetos, sin embargo los aspectos metacognoscitivos sólo pueden hacerse patentes consiguiendo que los sujetos verbalicen lo que piensan al resolver el problema. (PUIG; CÉRDAN 1987, p. 95).

Con base en los reportes verbales se construyen los protocolos que luego son analizados minuciosamente a fin de identificar los procesos cognoscitivos que el sujeto ha activado durante la resolución del problema;

Se piensa que el escenario ideal para que un individuo muestre su nivel de experticia en la resolución de problemas es colocarlo en una situación donde deba enfrentar y tratar de resolver problemas. Pero, ¿cómo acceder a los procesos cognoscitivos y metacognoscitivos que él activa mientras se dedica a resolver problemas?, ¿cómo saber cuáles son los indicios sobre cuya



base puedan inferirse las creencias que sustenta en torno a la Matemática y a su autopercepción como trabajador de esta disciplina?. Al parecer, es el propio sujeto quien nos puede aportar la mejor información acerca de su desempeño; tal información se soporta en los reportes verbales y/o escritos de todo aquello que él dice, hace y siente cuando resuelve problemas;

Existen diversas modalidades para registrar la actuación de una persona cuando está abocada a la resolución de algún problema. En primer lugar está la grabación (en cassette) de todas las verbalizaciones que genera durante el proceso; también está la posibilidad de que registre por escrito todo cuanto piensa y dice mientras dura el proceso de resolución; ahora, con los actuales recursos tecnológicos, se puede filmar toda la actuación y luego efectuar un análisis minucioso de lo que ha sido filmado, el examen detallado del contenido de estas filmaciones permitirá develar tanto los aspectos cognoscitivos y metacognoscitivos, como los aspectos afectivos involucrados en la ejecución;

Se han ideado varias estrategias para colocar al sujeto en situación de resolución de problemas de modo que se pueda captar su grado de experticia en el desarrollo de este proceso; tales estrategias, grosso modo, pueden categorizarse en individuales y grupales. Entre las primeras está la situación donde el sujeto se enfrenta él solo con el problema y va registrando oralmente (grabado en cassette) o por escrito, todo cuanto dice, piensa y hace mientras dura el proceso, con esta modalidad se corre el riesgo de que algunas de las acciones que el sujeto ha automatizado no queden registradas en modo alguno; por ello, se ha ideado la modalidad de trabajo en parejas, en este caso el sujeto resolutor trabaja con un compañero quien se encarga de mantenerlo alerta, de hacer que no se quede callado, y de asegurar, en la medida de lo posible, que quien resuelve el problema tenga conciencia de todo cuanto le está aconteciendo mientras resuelve el problema;

La modalidad del trabajo en parejas es una versión reducida del trabajo en pequeños grupos; se parte del siguiente planteamiento, mientras que un sujeto individualmente podría generar sólo una posibilidad y seguirla, el grupo puede generar tres o cuatro y, precisamente al haber más de una opinión, el grupo tendrá que evaluarlas y decidir entre ellas. En consecuencia, el individuo puede verse en la necesidad de formular y defender un punto de vista, escuchar y evaluar el de otros, y finalmente participar en la toma grupal de decisiones en cuanto a qué camino seguir y durante cuánto tiem-

po se recorrerá; éstas, precisamente, son las habilidades metacognoscitivas (de autorregulación) que cada individuo debe desarrollar y es difícil imaginar otro contexto en el cual éllas se puedan desarrollar más naturalmente. (SCHOENFELD, 1987).

Referencias

HALMOS, Paul. The heart of mathematics. **The american mathematical monthly**. Amherst College, v. 87, n. 7, p. 519-524, 1980.

KILPATRICK, Jeremy. A retrospective account of the past twenty-five years of research on teaching mathematical problem solving. En: SILVER, Edward A. (Ed.). **Teaching and learning mathematical problem solving: multiple research perspectives**. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, 1985. p. 1-16.

MARCHENA, Esperanza; CARRETERO, Isabel. Las estrategias de enseñar a aprender y a pensar. En: NAVARRO, José Ignacio. (Coord.) **Aprendizaje y memoria humana**. Madrid: McGraw-Interamericana de España, S.A., 1993. p. 679-727.

66 PUIG, Luis; CERDÁN, Fernando. Buceando en el proceso de resolución de problemas. En: ÁLVAREZ, Amelia. (Comp.). *Psicología y educación. Realizaciones y tendencias actuales en la investigación y en la práctica*. En: JORNADAS INTERNACIONALES DE PSICOLOGÍA Y EDUCACIÓN, 2., 1987, Madrid. **Actas...** Madrid: Centro de Publicaciones MEC y Visor Libros. 1987. p. 329-338.

RODRÍGUEZ, Alexis. Algoritmos y resolución de problemas matemáticos. **Enseñanza de la Matemática**, Maturín, v. 1, n. 2, p. 61-68, 1992. (Ediciones de la Asociación Venezolana de Educación Matemática).

SANTOS, Luiz Manuel. Resolución de problemas; el trabajo de Alan Schoenfeld: una propuesta a considerar en el aprendizaje de las matemáticas. **Educación matemática**, Cidade do México, v. 4, n. 2, p. 16-24, 1992.

SCHOENFELD, Alan. Metacognitive and epistemological issues in mathematical understanding. **Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple Research Perspectives**. Hillsdale; New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates/Publishers. 1985. p. 361-380.

_____. What's all fuss about metacognition. En: SCHOENFELD, Alan. (Ed.). **Cognitive science and mathematics education**. Hillsdale; New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates/Publishers. 1987. p. 189-216.



Fredy Enrique González
Universidad Pedagógica Experimental Libertador
Instituto Pedagógico de Maracay "Rafael Alberto Escobar Lara"
Coordinador del Núcleo de Investigación
Educación Matemática "Dr. Emilio Medina" (NIEM)
Maracay | Venezuela
E-mail | fgonzalez@ipmar.upel.edu.ve
fredygonzalez@hotmail.com

Recebido 20 jun. 2005

Aceito 02 ago. 2005