

**PENSAMENTO ALGÉBRICO NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL:
ORIENTAÇÕES E PRÁTICAS DE ENSINO E APRENDIZAGEM**

Luanna Priscila da Silva Gomes

Claudianny Amorim Noronha

RESUMO

Enfatizando a articulação crítica entre direcionamentos curriculares e práticas de ensino, este artigo objetiva discutir orientações curriculares acerca dos objetivos de ensino e do conteúdo de álgebra para os anos iniciais do Ensino Fundamental e refletir sobre aspectos relativos ao trabalho pedagógico com o símbolo de igualdade, no processo de desenvolvimento do pensamento algébrico. Os resultados apresentados compreendem parte daqueles obtidos na pesquisa doutoral de Gomes (2020). Para o primeiro objetivo, foram utilizados resultados de uma ampla pesquisa documental realizada em documentos oficiais brasileiros. Para o segundo objetivo, apresentamos parte dos resultados de uma pesquisa qualitativa do tipo descritiva e interpretativa, realizada em turmas de 4º e 5º ano de uma instituição pública. Constatamos que práticas com o símbolo de igualdade potencializam o conhecimento de propriedades dos números e operações matemáticas. Apesar disso, orientações de documentos priorizam o trabalho pedagógico com sequências e padrões, no processo de introdução à álgebra.

PALAVRAS-CHAVE: orientações curriculares. Pensamento algébrico. Símbolo de igualdade. Anos iniciais do Ensino Fundamental.

**ALGEBRAIC THINKING IN THE EARLY YEARS OF ELEMENTARY SCHOOL:
TEACHING AND LEARNING GUIDELINES AND PRACTICES****ABSTRACT**

To emphasize the critical articulation between curricular directions and teaching practices, this article aims to discuss curricular guidelines about the teaching objectives concerning the algebra content for the early years of elementary school and reflect on aspects related to pedagogical work with the symbol of equality in the process development of algebraic thinking. The results presented comprise part of those obtained in the doctoral research of Gomes (2020). For the first objective, the results of an extensive documentary research carried out on official Brazilian documents were used. For the second objective, we present part of the results of a qualitative research of the descriptive and interpretive type carried out in classes of 4th and 5th grades of a public institution. We conclude that practices with the equality symbol enhance the knowledge of the properties of numbers and mathematical operations. Despite this, document guidelines prioritize pedagogical work with sequences and patterns in the process of introducing algebra.

KEYWORDS: curricular guidelines. Algebraic thinking. Equality symbol. Early years of elementary school.

1 INTRODUÇÃO

Nos anos finais do Ensino Fundamental, a álgebra comumente é remetida como um dos eixos mais difíceis da matemática. Conforme esclarecem Lins e Gimenez (1997), um dos motivos para que isso ocorra se deve ao fato de que o foco pedagógico dos anos iniciais do Ensino Fundamental, no que concerne à matemática, acontece em torno das operações aritméticas, com números conhecidos, enquanto que nos anos finais, ocorre a inserção abrupta de conceitos como incógnita e variável, o temido “X da questão”.

No senso comum, a álgebra é definida principalmente pela inserção de letras em sentenças matemáticas. Contudo, para Radford (2018) essa definição mostra-se limitante, por reduzi-la à manipulação abstrata de

símbolos e números. Concordamos com Radford e com pesquisadores como Ponte, Branco, Matos (2009), no sentido de que o estudo de conteúdos algébricos vai além dessa abstração e deve fomentar o desenvolvimento do pensamento algébrico, que se define como um tipo de raciocínio focado na generalização e compreensão de relações e estruturas dos números e operações.

Investigações científicas, no campo da Educação Matemática, corroboram que noções da álgebra com o fim de promover o pensamento algébrico devem ser evidenciadas desde a infância. Autores como Lins e Gimenez (1997), Schliemann e Carraher (2016) defendem o trabalho pedagógico com a álgebra desde os primeiros anos do Ensino Fundamental, assim como, Radford (2011), que destaca que currículos como os de Ontário/Canadá apresentam orientações sistemáticas quanto ao ensino e aprendizagem da álgebra com crianças, desde 1997.

Um dos conteúdos de destaque quando se trata de álgebra são as equações, com o uso do símbolo de igual. Assim, na discussão acerca de como conceber a álgebra e os processos de resolução de problemas com equações, Ponte, Branco e Matos (2009, p. 14) defendem uma corrente que preza pela “ênfase nos significados” como prerrogativa para o desenvolvimento do pensamento algébrico, ao invés de focar na técnica e aplicação de regras abstratas e simbólicas. Para essa perspectiva, é preciso fomentar a compreensão de relações entre números, operações e símbolos, evidenciando a exploração dos sentidos do símbolo de igualdade como um conhecimento fundamental no processo de iniciação à álgebra.

Consideramos pertinente a discussão sobre esse símbolo com o fim de chamarmos atenção para a ênfase nos significados matemáticos, afinal, é possível dizer que a maioria de nós tende a não refletir sobre o sentido de certos símbolos matemáticos, pois simplesmente os utilizamos mecanicamente. Pensar sobre o que significa o símbolo de igualdade e a sua

relevância para o desenvolvimento do pensamento algébrico é essencial, entre outros, para o entendimento de sua importância no ensino e no planejamento de estudos que envolvam noções da álgebra.

Pesquisadores como Falkner, Levi e Carpenter (1999) também alegam que a compreensão e exploração dos significados desse símbolo são cruciais para o desenvolvimento do pensamento algébrico. O mesmo é ressaltado por Ponte, Branco e Matos (2009) que, com os resultados de suas pesquisas, consideram plausível afirmar que dificuldades de alunos na compreensão do conteúdo algébrico de equações e inequações, refletidas nos anos finais, também se devem ao fato da não exploração dos significados do símbolo de igualdade, ainda nos primeiros anos do Ensino Fundamental.

A partir das considerações apresentadas, questionamo-nos: como o processo introdutório da álgebra nos anos iniciais é orientado em documentos oficiais? Como se caracteriza e qual a potencialidade do trabalho pedagógico com o símbolo de igualdade nesse processo?

Considerando tais questionamentos e a articulação crítica entre ensino e direcionamentos curriculares nacionais, este artigo tem dois objetivos definidos: discutir orientações curriculares acerca dos objetivos de ensino relativos ao conteúdo de álgebra para os anos iniciais do Ensino Fundamental e refletir sobre aspectos relacionados ao trabalho pedagógico com o símbolo de igualdade no processo de desenvolvimento do pensamento algébrico.

Os resultados ora apresentados compreendem parte daqueles obtidos na pesquisa doutoral de Gomes (2020). Para o primeiro objetivo foram utilizados os resultados de uma ampla pesquisa documental realizada com documentos brasileiros oficiais de orientações curriculares, dos quais consideramos, para fins deste texto, apenas dois, a saber: os "Elementos Conceituais e Metodológicos para a definição dos Direitos de Aprendizagem e desenvolvimento do Ciclo de alfabetização do Ensino Fundamental" e a "Base Nacional Comum Curricular".

Para o segundo objetivo, por sua vez, apresentamos parte dos resultados de uma pesquisaⁱⁱ qualitativa do tipo descritiva e interpretativa, detalhada em Gomes (2020), que foi realizada com alunos dos 4º e 5º anos do Ensino Fundamental de uma instituição pública, o Núcleo de Educação da Infância, Colégio de Aplicação (NEI/CAp), da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN).

Neste artigo, a discussão considera a experiência decorrente de atividades que, como já mencionado, tratavam dos significados do símbolo de igualdade, analisadas a partir de autores como Kieran (1981), Van de Walle (2009), Ponte, Branco e Matos (2009), Rojano (2010) e Gomes (2020).

Temos a expectativa de que o conhecimento de características, direcionamentos, concepções, estratégias, abordagens da álgebra e a ênfase na articulação entre ensino e orientação curricular, adquiridos ao longo de nossa pesquisa e aqui expostos, possam contribuir no sentido de subsidiar o planejamento de propostas e práticas pedagógicas de ensino da álgebra com crianças, bem como colaborar com pesquisadores que empreendem por essa temática.

Diante disso, além desta Introdução, onde apresentamos brevemente nossas inquietações, justificativas, objetivos e métodos, este artigo está organizado em três outros itens: o “Orientações curriculares para o ensino de álgebra nos anos iniciais”, que apresenta os resultados do levantamento realizado nos documentos oficiais, especialmente, quanto aos objetivos de ensino; em “O símbolo de igualdade: significados e experiências” são apresentados aspectos da relação do símbolo de igualdade com o desenvolvimento do pensamento algébrico, além de questões pedagógicas sobre o seu ensino; e por fim, as “Considerações finais”.

2 ORIENTAÇÕES CURRICULARES PARA O ENSINO DE ÁLGEBRA NOS ANOS INICIAIS

A fim de conhecer o que dizem os documentos que orientam os currículos escolares sobre o ensino de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental, analisamos dois documentos oficiais brasileiros. O primeiro, intitulado “Elementos Conceituais e Metodológicos para a definição dos Direitos de Aprendizagem e desenvolvimento do Ciclo de alfabetização do Ensino Fundamental”, orientou práticas escolares específicas para crianças na faixa etária de 6 a 8 anos de idade. Embora não esteja em vigor, foi massivamente adotado na formação continuada de professores do ciclo de alfabetização (1º ao 3º ano,) no contexto da política do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC), um programa do Ministério da Educação (MEC) extinto em 2018.

O segundo documento é a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que está em vigor desde 2017 e orienta o currículo para toda a Educação Básica (Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio). Destacamos que, neste texto, restringimo-nos à análise das orientações para o período de 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental.

Compreender o que dizem esses documentos para o ensino de conteúdos escolares se faz importante à medida que essas orientações repercutem diretamente no cotidiano escolar, no perfil de atividades apresentadas nos livros didáticos, no currículo, planejamento e na formação inicial e continuada de professores (NORONHA; GOMES, 2020).

A análise desses documentos adotou aspectos de uma pesquisa documental, na perspectiva adotada por Oliveira (2007 *apud* SÁ-SILVA, ALMEIDA, GUINDANE, 2009, p. 6). Neste texto, como já mencionado, apresentamos parte dessa análise, cuja versão mais aprofundada pode ser

conhecida em Gomes (2020) e Noronha e Gomes (2020). Assim, detemo-nos no levantamento e análise dos objetivos de ensino da álgebra para crianças.

O documento orientador do PNAIC inovou em relação a outros pré-existentes, a exemplo dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN) (BRASIL, 1997; 1998), não apenas por abordar o conteúdo da álgebra de forma sistematizada, mas por tratar especificamente do ensino desse conteúdo para alunos do ciclo de alfabetização. Nesse documento, a área da Matemática é composta por cinco eixos que estruturam os objetivos de aprendizagem, a saber: Números e operações; Pensamento Algébrico; Espaço e Forma; Grandezas e Medidas; e Tratamento da Informação. Com exceção do Eixo Pensamento algébrico, todos os demais já estavam previstos nos PCN dos anos iniciais do Ensino Fundamental (BRASIL, 1997).

O eixo “Elementos conceituais e metodológicos...” destaca a **compreensão de padrões e relações** em sequências de números, formas ou sons, a partir de diferentes contextos, como objetivo norteador da álgebra ao longo dos três primeiros anos do ciclo de alfabetização (BRASIL, 2012; NORONHA, GOMES, 2020).

Para o cumprimento do objetivo destacado, o documento orienta um trabalho pedagógico que colabore para que a criança estabeleça critérios e atributos que a permitam agrupar, classificar, diferenciar e ordenar objetos; como também a produção e reconhecimento de padrões de uma sequência de números, sons ou formas e a identificação dos próximos elementos dessas sequências. Como, por exemplo, identificar, a partir da análise de números sequenciais, se eles foram organizados na ordem crescente ou decrescente, se contém apenas números pares, se são ordenados por agrupamentos - de 100 em 100, de 10 em 10; de modo que compreendam “o segredo” daquela sequência por meio da percepção de semelhanças e diferenças contidas nela.

Para todos os objetivos apresentados, o documento especifica o que deve ser iniciado no 1º ano, iniciados e/ou aprofundados no 2º ano e aprofundados e/ou consolidados no 3º ano do ciclo de alfabetização (BRASIL, 2012).

Para o trabalho pedagógico desses objetivos, o eixo “Elementos conceituais e metodológicos...” indica que a abordagem se dê na perspectiva da alfabetização e letramento, sendo apropriado também o uso da informática, por meio da linguagem de programação.

Essa perspectiva contribui para o processo de desmistificação da ideia de que o desenvolvimento do pensamento algébrico se resume a abordagens numéricas descontextualizadas (COELHO; AGUIAR, 2018). Além disso, o documento e autores como Lins e Gimenez (1997) orientam que o pensamento algébrico deve ser trabalhado de forma articulada com a aritmética, assim como a geometria e a estatística.

Embora de forma mais aprofundada do que os PCN (BRASIL, 1997), as orientações do documento do PNAIC para o ensino da álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental dizem respeito, mesmo que de modo introdutório e sem muitas especificações, principalmente ao trabalho com sequências, que pressupõe a **identificação de regularidades**, a **percepção de diferenças** e a **generalização de padrões**.

De acordo com Vergel (2014), a perspectiva pedagógica com padrões e generalizações é primordial no processo de introdução da álgebra com crianças, bem como o reconhecimento e valorização das estratégias, argumentações e explicações dos alunos. Essas atividades podem envolver conhecimentos referentes às artes visuais com apreciação e identificação de padrões de cores e formas, podem também abarcar conceitos da geometria, com sequências de padrões de formas geométricas. Com relação às sequências numéricas, o autor indica o trabalho com agrupamentos (de 10 em 10, de 50 em 50, de 5 em 5, dentre outros), de modo a possibilitar

problematizações a partir da percepção das semelhanças e diferenças das sequências, conforme já mencionado.

A BNCC, por sua vez, provocou questionamentos, especialmente quanto a concepção de competência e a abordagem de temáticas de interesse de diferentes grupos sociais, dentre outros (CURY, REIS, ZANARDI, 2018). No entanto, desde a sua aprovação, em 2017, está em fase de discussão e apropriação pelas escolas e instituições formadoras de professores, servindo como base para as atualizações curriculares estaduais e municipais de todo o Brasil.

Assim como no “Elementos conceituais e metodológicos...”, a BNCC destina um eixo específico com orientações para o ensino e aprendizagem da álgebra, diferenciado-se pelo fato da Base denominar esse eixo de “Unidade Temática - Álgebra”. Embora trate da abordagem de conhecimentos algébricos do 1º ao 5º ano, a BNCC, ressalva que o foco nesse período é o desenvolvimento do pensamento algébrico, a partir da **percepção de regularidades e dos processos de generalização e equivalência em sequências de números e/ou formas geométricas**.

Para o ciclo de alfabetização e letramento, a BNCC não difere do documento orientador do PNAIC, à medida que orienta que o ensino tenha como foco a **organização de sequências de figuras por atributos e cores** e a **organização em ordem crescente e decrescente** por meio de estratégias pedagógicas diversificadas, a fim de desenvolver a **generalização e perceber regularidades** (NORONHA; GOMES, 2020).

Radford, Bardini e Sabena (2006) explicam que a percepção de padrões possibilita interpretar propriedades matemáticas que não são vistas diretamente, assim como, perceber que algo permanece e, ao mesmo tempo, algo também se modifica. Radford (2010) também aponta que generalizar algebricamente é deduzir padrões, regularidades e diferenças para, então, construir uma regra, sistematizar o que foi identificado pela e na

observação e reflexão. Ou seja, o pensamento algébrico é um tipo de raciocínio mais abstrato (FILLOY; ROJANO, 1989), uma vez que por meio dele, as ações e reflexões são realizadas mesmo com números ou figuras desconhecidas. Como, por exemplo, após a observação de uma sequência com formas e cores diferentes, identificar qual a próxima ou a centésima figura exige do sujeito perceber um padrão, compreender sua regularidade e generalizar.

Além da exploração com padrões e sequências, a BNCC também indica o trabalho com o **símbolo de igualdade**, desde o 3º ano do Ensino Fundamental, último do ciclo de alfabetização, para introduzir noções matemáticas presentes em equações algébricas, diferentemente do documento do PNAIC, que focou apenas no trabalho pedagógico com sequências e padronizações. Nesse sentido, a Base orienta que

A relação de equivalência pode ter seu início com atividades simples, envolvendo a igualdade, como reconhecer que se $2 + 3 = 5$ e $5 = 4 + 1$, então $2 + 3 = 4 + 1$. Atividades como essa contribuem para a compreensão de que o sinal de igualdade não é apenas a indicação de uma operação a ser feita (BRASIL, 2017, p. 266)

Nesse sentido, na perspectiva do pensamento algébrico indicada pela BNCC, o símbolo de igualdade tem seu significado e relação com a equivalência, desmistificando, desde o 3º ano, a compreensão do senso comum, de que esse símbolo representa apenas a indicação do resultado de uma operação. Kieran, em 1981, já realizava pesquisas sobre esse assunto. A autora investigou sobre o significado do símbolo de igualdade com crianças e, em suas análises, identificou que a maioria dos estudantes, até mesmo os de 12 a 14 anos, reconheciam esse símbolo apenas como "sinal de fazer algo" (KIERAN, 1981, p. 321), ou seja, após o símbolo, sempre deve ser posto o resultado da operação.

Van de Walle (2009) explica que, no processo de introdução à álgebra, é necessário fomentar noções de igualdade e desigualdade implicadas em estudos que serão realizados no Ensino Fundamental II, como as equações e inequações algébricas. Esse autor defende o uso da balança de dois pratos como uma estratégia didática para fazer referência ao símbolo de igualdade, com as noções do equilíbrio e desequilíbrio, conforme apresentaremos no próximo item.

Rojano (2010) reitera a contribuição do uso da balança de dois pratos, no ensino e aprendizagem de propriedades matemáticas, no processo de introdução à álgebra. Para a autora, esse modelo possibilita dinamicidade e interação para que, posteriormente, os alunos utilizem os conceitos apreendidos na balança em situações com o simbolismo formal da álgebra, como noções de incógnita e/ou variável.

Como um conteúdo novo nas orientações curriculares, as propostas para o trabalho com o símbolo de igualdade ainda são incipientes. Essa realidade foi observada tanto no levantamento de pesquisas na área de Educação Matemática, realizado nos Anais do Encontro Nacional de Educação Matemáticaⁱⁱⁱ por Noronha e Gomes (2020), como também nos Livros Didáticos, como consta no parecer do Guia do Livro Didático (BRASIL, 2018) das obras de matemática, anos iniciais, aprovadas pelo Ministério de Educação brasileiro por meio do Programa Nacional do Livro e Material Didático (PNLD), edição 2019. Quanto às 16 coleções aprovadas. O Guia esclarece que

Em poucas coleções, há ênfase no desenvolvimento de habilidades para reconhecer relações de igualdade entre dois termos, as noções de equivalência, de proporcionalidade direta e a determinação de números desconhecidos em igualdades envolvendo as operações fundamentais. Entretanto, mesmo nessas coleções são propostas poucas tarefas que mostram, por exemplo, que a relação de igualdade não se altera ao se somar ou subtrair o mesmo número em

ambos os lados da igualdade, bem como que em uma adição, se subtrair-se um número da primeira parcela e acrescentar-se o mesmo número na segunda parcela, a soma não se altera (BRASIL, 2018, p. 28)

De modo sintético, o documento explica que a álgebra, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, compõe os outros eixos da matemática. Em face disso, elucida que a maioria apresenta foco no trabalho com sequências e padrões. Essa análise fortaleceu a escolha por apresentarmos no próximo item, discussões didáticas referentes à abordagem do símbolo de igualdade.

Em síntese, para os 4º e 5º anos do Ensino Fundamental, a BNCC dá continuidade ao aprofundamento dos conhecimentos algébricos, não apenas com a continuação do trabalho com equivalência por intermédio do símbolo de igualdade, como também com o desenvolvimento das habilidades de **identificação de um termo desconhecido**, do uso das **quatro operações matemáticas para resolver e elaborar situações-problema e da ideia de proporcionalidade**.

3 O SÍMBOLO DE IGUALDADE: SIGNIFICADOS E EXPERIÊNCIAS

Reafirmamos que o trabalho sistemático com padrões é relevante para a iniciação à álgebra, pois fomenta a percepção, identificação dedutiva de semelhanças e diferenças e a generalização, principalmente, nos três primeiros anos do Ensino Fundamental. Contudo, neste artigo, focamos nas potencialidades da noção de equivalência como um conhecimento imprescindível no desenvolvimento do pensamento algébrico, que se configura como um tipo de raciocínio em que a incógnita, mesmo sendo desconhecida, deve ser manipulada como se fora conhecida, o que exige, assim, certo nível de abstração dos sujeitos (FILLOY; ROJANO, 1989).

Van de Walle (2009), Kieran (1981), Ponte, Branco e Matos (2009) e Rojano (2010) defendem a importância do trabalho com os significados do

símbolo de igualdade, desde os primeiros anos do Ensino Fundamental. A BNCC, por sua vez, orienta que essa temática seja tratada somente a partir do 3º ano. Assim, optamos por apresentar atividades que explorem o símbolo de igualdade como indicação de equivalência, a fim de que os alunos pudessem se familiarizar com noções matemáticas iniciais presentes no estudo de equações. Esse tipo de experiência, contribuiu ainda para investigarmos as potencialidades matemáticas desse trabalho. Ressaltamos que essas atividades podem ser adaptadas para os diferentes anos do Ensino Fundamental, desde os iniciais até os finais.

A exploração da noção de equivalência pelo estudo dos significados do símbolo de igualdade se constituiu como uma estratégia de fomento ao desenvolvimento do pensamento algébrico, uma vez que essa perspectiva enfatiza o estabelecimento e a análise de relações entre os números e as operações, ultrapassando a noção de álgebra como aplicação de regras e manipulação de números, letras e símbolos.

Kieran (1981), Ponte, Branco e Matos (2009) explicam que o sinal de igualdade pode assumir diversos sentidos, dependendo do contexto da situação matemática. Contudo, para os anos iniciais do Ensino Fundamental, neste texto, vamos considerar duas principais classificações: como um operador e como indicação de equivalência.

Quadro 1 – Significados do símbolo de igualdade

Concepção	Definição	Exemplo
Operador	O símbolo de igualdade indica a realização direta de uma operação e exposição do seu resultado. Ou seja, no local após o símbolo de igual, deve ser escrito o resultado da operação. A igualdade, então, ganha um sentido de "operador". Noção unidirecional (MOLINA, 2006)	$2 + 6 = 8$
	$4 + ? = 12$	
Equivalência	O símbolo de igualdade indica a comparação, ou equivalência entre dois membros de uma expressão. Noção bidirecional (MOLINA, 2006):	$2 + 6 = 3 + 5$ $8 = 8$
	$4 + 8 = 12 + 0$	

Fonte: elaborado pelas autoras

A concepção que indica a realização de uma operação é a mais disseminada nos anos iniciais. Já aquela que pressupõe a equivalência é iniciada, geralmente, com o estudo das equações e inequações nos anos finais do Ensino Fundamental. Entretanto, conforme já esclarecido, a compreensão da noção de equivalência se torna relevante desde a infância, por possibilitar que os sujeitos façam deduções, relacionem, busquem, compreendam e registrem diferentes significados simbólicos e numéricos.

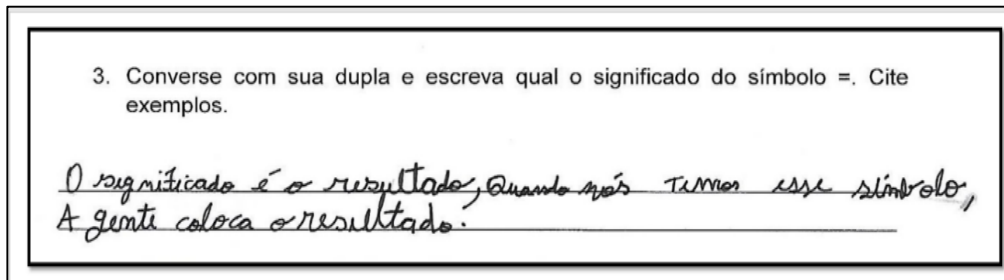
Assim, dentre as orientações e possibilidades tratadas nos documentos oficiais para o trabalho com a álgebra nos anos iniciais, optamos por apresentar neste artigo, um recorte da nossa pesquisa doutoral, descrita em Gomes (2020) com a exposição de algumas atividades realizadas com alunos do 4º e 5º ano do NEI/CAP-UFRN, com foco na compreensão do símbolo de

igualdade como indicação de equivalência. A intervenção foi iniciada ao término do ano letivo de 2017, com 21 alunos da turma do 4º ano vespertino e concluída em 2018, na mesma turma, que compôs o 5º ano, com 18 alunos, totalizando 10 encontros.

Os encontros foram planejados e realizados na perspectiva defendida por Radford (2018), com foco em um trabalho conjunto, onde alunos e professores são agentes colaborativos e os apontamentos, comentários, dúvidas e sugestões das crianças constituem partes fundamentais de todo o processo de ensino e aprendizagem. As análises foram realizadas seguindo as diretrizes desse autor, principalmente no que concerne à concepção de pensamento algébrico como uma ação com o desconhecido como se fora conhecido.

Na ocasião, as crianças se organizaram em grupos de até 4 alunos com o propósito de responder a problemas, utilizando a noção de equivalência do símbolo de igualdade. A sequência de atividades foi iniciada com uma discussão sobre o entendimento das crianças acerca do símbolo de igualdade, como estratégia de reconhecer, à princípio, as noções dos estudantes, uma vez que a criança é centro do processo de ensino e aprendizagem. Realizamos questionamentos como: qual o nome do símbolo? Em quais situações você já o utilizou? Qual a função desse símbolo? O que você gostaria de saber sobre ele?

Em síntese, após essa discussão, reiteramos a disseminação, entre os alunos, da compreensão do símbolo de igualdade como a indicação de uma operação, conforme demonstrado na Figura 1.

Figura 1 - Registro de um aluno acerca do significado do símbolo de igualdade

Fonte: acervo das autoras

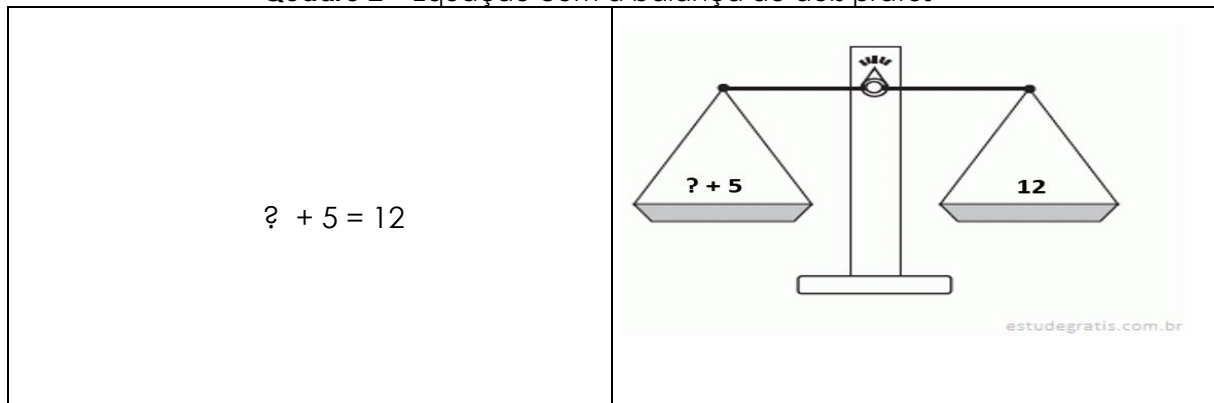
A resposta do aluno, exemplificada na Figura 1 e comum entre os estudantes da classe, demonstra um equívoco frequente no entendimento da igualdade, que o restringe a um símbolo que antecede um resultado, como se o estivesse anunciando.

Dando continuidade ao processo de introdução à álgebra, inserimos situações semelhantes a $? + 5 = 12$. Identificamos em nossas análises (GOMES, 2020) que as crianças, comumente, manipulam números e símbolos para agirem apenas com quantidades conhecidas, então, fazem o seguinte procedimento para solucionar a situação: $? = 12 - 5$. Contudo, para Radford (2018), essa não seria uma solução genuinamente algébrica, uma vez que, dessa forma, o sujeito considera apenas os números conhecidos. Pensar algebricamente requer um nível de abstração mais avançado, posto que é necessário compreender a incógnita como um número, mesmo sem conhecer o seu respectivo valor.

Conceber o símbolo de igualdade como indicação de equivalência colabora nesse processo. Para isso, estudiosos como Filloy e Rojano (1989) e Van de Walle (2009), como já mencionado, defendem o trabalho com a estratégia pedagógica da balança de dois pratos. Para os autores, esse tipo de atividade colabora para que expressões sejam solucionadas como se o termo desconhecido (incógnita) já fosse conhecido, uma vez que permite comparar o valor dos dois termos da equação. A seguir, exemplificamos essa situação a partir de uma equação que pode representar a comparação da

pesagem de dois elementos, representados no primeiro prato da balança, dos quais um não se sabe a pesagem exata (1° membro: $? + 5$); em relação a um elemento do 2° prato, cuja pesagem resulta em 12 (2° membro).

Quadro 2 – Equação com a balança de dois pratos



Fonte: elaborado pelas autoras^{iv}

No exemplo anterior, o foco se deu na comparação do valor numérico dos dois membros, como se cada membro representasse o “peso” dos “pratos” da balança, e na busca da equidade entre o valor de ambos.

Procedimentos como esses são orientados pela BNCC, que propõe que a relação de equivalência seja vivenciada desde o 3° ano do Ensino Fundamental. Para o 5° ano, por sua vez, o documento explicita que é preciso compreender, “que a relação de igualdade existente entre dois membros permanece ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir cada um desses membros por um mesmo número, para construir a noção de equivalência” (BRASIL, 2017, p. 291). Sendo assim, um exemplo de resolução na perspectiva do pensamento algébrico é retirar a mesma quantidade de ambos os termos da equação, como:

$$\begin{aligned}
 ? + 5 &= 12 \\
 ? + 5 (-5) &= 12 (-5) \\
 ? &= 7
 \end{aligned}$$

Desse modo, a ação com o indeterminado como se fosse determinado foi evidenciada, visto que se deu numa perspectiva bidirecional (MOLINA, 2006), a partir do símbolo de igualdade.

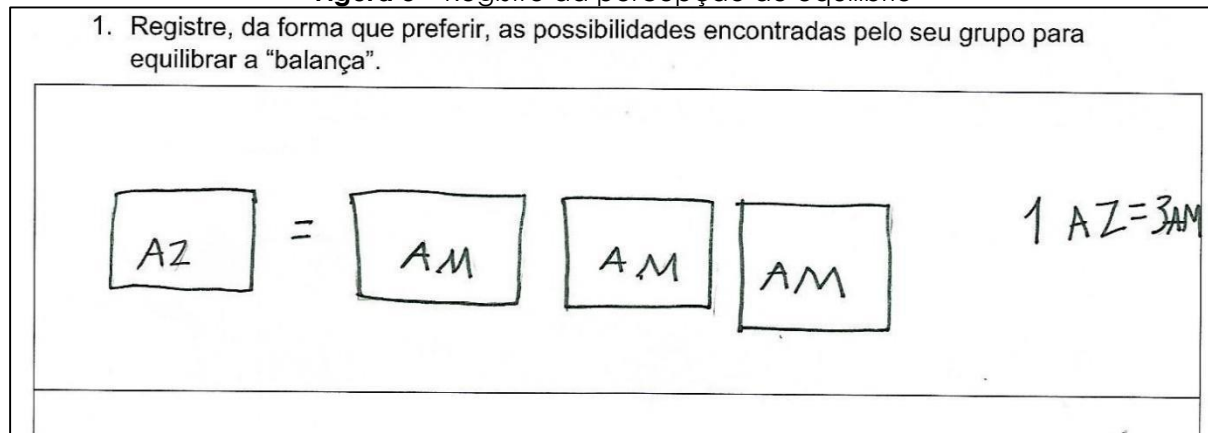
Considerando essas orientações, a pesquisa descrita em Gomes (2020), chama atenção para as diversas práticas e estratégias possíveis na introdução da noção de igualdade, dentre elas, a produção de uma balança feita com materiais reaproveitáveis, de acordo com a demonstração da Figura 2.

Figura 2 – Atividade com a balança de dois pratos construída com os estudantes



Fonte: acervo das autoras

Na atividade, entregamos caixas com diferentes pesos e orientamos as crianças a fazerem comparações, buscando distintas possibilidades e combinações para manter a balança em equilíbrio. Nesse trabalho inicial, o foco se deu apenas na percepção da noção de equilíbrio. Após manipular as caixinhas, as crianças registraram, ao seu modo, com desenhos ou escritas numéricas que representavam uma “equação”, a percepção que tiveram para obter o equilíbrio entre os pratos. No registro a seguir, por exemplo, a criança desenhou a representação de equivalência, que significou que o peso de uma caixa azul correspondia ao peso de três caixas amarelas.

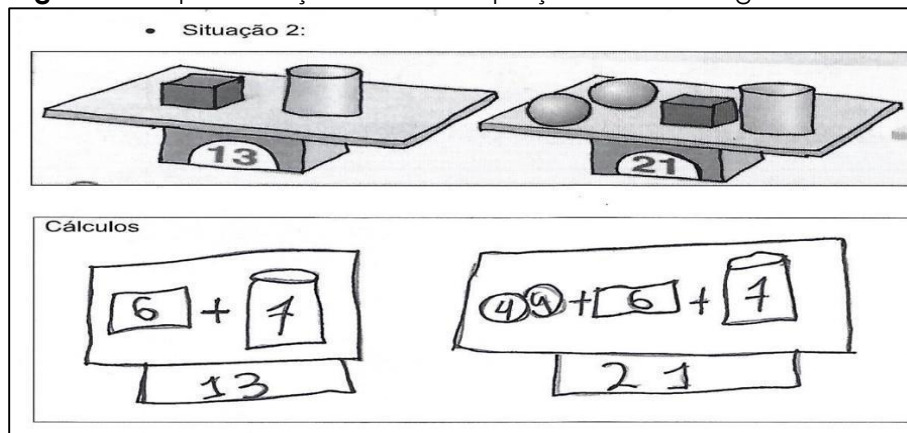
Figura 3 – Registro da percepção de equilíbrio

Fonte: Acervo das autoras

Conforme apresentado na Figura 3, além de registrar a sua “equação” com um desenho que representa, de forma figurativa, a relação entre as quantidades dos dois pratos da balança, também o fez com um registro com números e letras: “**1 AZ = 3 AM**”, ou seja, uma azul é igual a três amarelas.

É importante que o professor valorize todas as formas de registro do entendimento do aluno, assim como estimule que os estudantes socializem e reflitam sobre o que foi feito. Uma das estratégias de estímulo ao pensamento metacognitivo, ou seja, ao estímulo sobre o que se fez e pensou é por meio de questionamentos lançados pelo docente, como: quanto você acha que vale a caixa azul? Qual será o valor que corresponde à caixa amarela para que a balança fique em equilíbrio? Todas essas problematizações fomentam nas crianças noções de equivalência, que serão utilizadas de modo formal, nos anos finais do Ensino Fundamental.

Para o trabalho pedagógico com equações na balança, realizamos atividades com diferentes perspectivas, seja como a apresentada na Figura 3, em que as crianças visualizam e manipulam quantidades de forma prática, ou com a simples exposição do desenho de uma balança contendo sólidos geométricos indicando diferentes “pesos”, conforme a Figura 4.

Figura 4 – Representação de uma equação com a imagem da balança

Fonte: Acervo das autoras

Na atividade da Figura 4, as crianças foram orientadas a identificar matematicamente quais as possibilidades de combinação dos valores dos sólidos, considerando que a situação já apresentava um “resultado”, que seria o 13 e o 21. Assim, se na primeira balança o cilindro vale 7, na segunda, teria que representar a mesma quantidade. Para Van de Walle (2009), situações como as da Figura 4 são uma espécie de “equação” e desenvolvem habilidades de percepção.

Reiteramos que o trabalho com foco na noção de equivalência potencializa a ação do sujeito com o desconhecido como se o mesmo fosse conhecido, ou seja, fomenta o desenvolvimento do pensamento algébrico, um tipo de raciocínio dedutivo que lida com quantidades não concretas e envolve a análise, compreensão, generalização, percepção e significados de números e operações matemáticas.

Para propor o desenvolvimento desse pensamento abstrato, também é possível fazer uso de práticas e estratégias pedagógicas com os símbolos de desigualdade (maior que e menor que), com situações que exigem uma análise e posicionamento acerca da relação dos números e operações. Nesse sentido, adotamos sentenças de cunho verdadeiro ou falso, a exemplo da

questão a seguir, que compõe a sequência de atividades da intervenção apresentada em Gomes (2020).

Figura 5 – Atividade para análise da situação

4. Escreva V para verdadeiro e F para falso e justifique sua escolha.

a) $11 + 10 < 12 + 9$ (F)

b) $3 + 5 > 5 + 3$ (F)

A letra A e B são Falsas porque os 2 membros de cada operação são o mesmo resultado.

Para se tornar verdadeira a letra A e B trocariam os símbolos maior que e menor que por o símbolo =.

Fonte: Acervo das autoras

É primordial valorizar as justificativas dos estudantes de modo a buscar compreender suas estratégias. A resposta da criança na Figura 5 demonstra compreensão acerca de propriedades aritméticas. Ao afirmar que para a expressão se tornar verdadeira seria necessário inserir o símbolo de igual, pois $3 + 5 = 5 + 3$, o estudante se utiliza da compreensão e generalização da propriedade comutativa da adição, que consiste no saber de que a troca de posição das parcelas não altera o resultado.

Além das atividades mencionadas e exploradas em Gomes (2020), outra possibilidade de fomento ao desenvolvimento do pensamento algébrico a partir do entendimento do significado de igualdade é a proposição de sentenças com um termo desconhecido, como: $11 + 10 = ? + 9$. Ao aplicar essa sentença em uma pesquisa com crianças, Ponte, Branco e Matos (2009) comprovaram que a resposta mais comum foi (21), ao invés de (12), justamente pela disseminação da noção do símbolo de igualdade em uma perspectiva unidirecional, como indicação direta do resultado de uma operação.

Walle (2009) também expõe uma série de sentenças que podem ser exploradas para o desenvolvimento da noção de equivalência. Sintetizamos alguns exemplos no Quadro 3 e destacamos que é possível adaptá-las para o uso da metáfora da balança.

Quadro 3 – Possibilidades de sentenças matemáticas

Classificação da sentença	Exemplo
Sentenças - Verdadeiro/falso	$6 - 3 = 7 - 4$ $4 + 1 = 6$ $8 = 10 - 1$ $5 - 0 = 5$ $10 - 10 = 0$
Sentenças abertas	$[] = 10 - 1$ $6 - [] = 7 - 4$ $534 + 175 = 174 + []$ $5 \times [] = [] \times 5$

Fonte: organizado pelas autoras, baseado em Van de Walle (2009)

Os diversos tipos de sentenças podem ser utilizados de modo a possibilitar a generalização, de modo informal, por parte dos alunos, de propriedades das operações. Ou seja, sem necessariamente utilizar a classificação da propriedade “elemento neutro” da adição, a criança pode observar, compreender e justificar, por meio da análise de sentenças como $10 + 0 = 10$ que todo número somado a zero é igual a ele mesmo. Assim, o foco no trabalho com os significados do símbolo de igualdade possibilita o conhecimento de propriedades dos números e operações.

Destacamos ainda a noção de desigualdade com o uso da balança de dois pratos como um recurso informal que fomenta noções presentes em

inequações, como a compreensão dos significados dos símbolos de igualdade, “maior que” e “menor que” (VAN DE WALLE, 2009).

Por meio da metáfora da balança é possível “visualizar”, de modo mais claro, que “a relação de igualdade existente entre dois termos permanece quando se adiciona ou se subtrai um mesmo número a cada um desses termos” (BRASIL, 2017, p. 287), conforme orientado na Base Nacional Comum Curricular.

Outro aspecto a ser ressaltado no processo de introdução e desenvolvimento do pensamento algébrico, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, é o papel da linguagem oral e escrita como formas de interação social. Isso porque, por meio de discussões orais e escritas, as crianças se posicionam, argumentam, refletem, interagem, colaboram na aprendizagem dos colegas e na prática dos professores, conforme defendido por Radford (2018).

Pode-se ainda explorar diversos gêneros textuais nas aulas de matemática como estratégia para a introdução da álgebra. Ao realizar um jogo com a balança, com sequências de números ou figuras, por exemplo, é possível escrever as regras, propor alterações para melhoria do jogo, fazer uma lista de dicas ou propor a escrita de um “diário da matemática”, para registros pessoais por parte dos alunos acerca das experiências vivenciadas nas aulas.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Discussões acerca da álgebra, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, intensificaram-se após a aprovação da Base Nacional Comum Curricular, no final de 2017. Por ser algo tão novo para os currículos escolares brasileiros, dos anos iniciais do Ensino Fundamental, apresenta-se como um desafio, especialmente, para os pedagogos. Assim, propomo-nos a investigar sobre esse assunto em Gomes (2020) e a expor parte dos resultados neste artigo,

com ênfase na articulação crítica entre orientações curriculares e práticas de ensino.

Assim, no presente artigo, apresentamos inicialmente, as orientações de documentos oficiais do Ministério da Educação brasileiro quanto ao ensino e aprendizagem da álgebra nos anos iniciais. Esse mapeamento sinalizou alguns apontamentos, como o foco no trabalho pedagógico com padrões e sequências como uma estratégia importante na introdução às noções algébricas. Entretanto, a BNCC sinaliza a necessidade de explorar o símbolo de igualdade desde o 3º ano do Ensino Fundamental.

Esse conteúdo é pouco abordado em pesquisas e em materiais didáticos que priorizam as sequências e padrões do 1º ao 3º ano do Ensino Fundamental, embora pesquisadores como Kieran (1981), Van de Walle (2009), Ponte, Branco e Matos (2009) e Rojano (2010), ao tratarem do processo de introdução e fomento ao desenvolvimento do pensamento algébrico, enfatizem que o trabalho pedagógico com os significados do símbolo de igualdade não pode ser periférico. Autores como Van de Walle (2009) defendem que a noção de equivalência pode ser fomentada de diferentes modos e que esse entendimento potencializa o conhecimento significativo, mesmo que de modo informal, de propriedades dos números e operações.

Por meio do estudo documental, bibliográfico e da experiência vivenciada em pesquisa com alunos dos 4º e 5º anos do Ensino Fundamental (GOMES, 2020), concluímos que é necessário um maior esclarecimento sobre o processo de introdução e fomento ao desenvolvimento do pensamento algébrico, no Ensino Fundamental, principalmente, no campo educacional brasileiro, tanto para professores quanto para alunos, uma vez que a álgebra é uma demanda recente para esse nível de ensino.

Discutir os conteúdos e as possibilidades pedagógicas para a abordagem deles é uma demanda eminente na formação de professores, especialmente, de pedagogos. Além disso, a ampliação de pesquisas que

possibilitem entender como o desenvolvimento do pensamento algébrico ocorre nos diferentes níveis de ensino, ainda é uma demanda eminente para pesquisadores da área da Educação Matemática.

Esperamos que o presente artigo tenha contribuído no sentido de esclarecer, ainda que de forma inicial, aspectos relativos ao desenvolvimento do pensamento algébrico com crianças e que as propostas pedagógicas discutidas possam oportunizar reflexões e experiências de ensino que contribuam para o trabalho com a álgebra, nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

REFERÊNCIAS

BRASIL, Ministério da Educação. PNLD 2019: **Matemática** – guia de livros didáticos - Ministério da Educação – Secretária de Educação Básica - Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. Brasília, DF: Ministério da Educação, Secretária de Educação Básica, 2018. Disponível em:<http://pnld.nees.com.br/assets/pnld/guias/Guia_PNLD_2019_matematica.pdf> Acesso em 02 jul 2019.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral – DICEI. Coordenação Geral do Ensino Fundamental – COEF. **Elementos conceituais e metodológicos para definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo básico de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do ensino fundamental**. Brasília, F: MEC, 2012. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/component/docman/?task=doc_download&gid=12827&Itemid=>. Acesso em: 25 abr 2020.

BRASIL, Secretaria de Ensino Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática. 1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>> Acesso em: 01 mai. 2017.

BRASIL, Secretaria de Ensino Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática. 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>>
Acesso em: 01 mai. 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Terceira versão revista. Brasília: MEC, 2017. Disponível em:
<http://basenacionalcomum.mec.gov.br> > Acesso em: 01 dez. 2017.

COELHO, Flávio Ulhoa; AGUIAR, Marcia. A história da álgebra e o pensamento algébrico: correlações com o ensino. **Estudos Avançados**, v. 32, n. 94, 2018, p. 171-187. Disponível em:
<<http://www.revistas.usp.br/eav/article/view/152688>> Acesso em 10 mai 2020.

CURY, Carlos Roberto Jamil; REIS, Magali; ZANARDI, Teodoro Adriano Costa. **Base Nacional Comum Curricular: dilemas e perspectivas**. São Paulo: Cortez, 2018.

FALKNER, Karen; LEVI, Linda; CARPENTER, Thomas. **Children's Understanding of Equality: a foundation for Algebra**. In: TEACHING CHILDREN MATHEMATICS, NCTM, dezembro, 1999. Disponível em:
<<http://ncisla.wceruw.org/publications/articles/AlgebraNCTM.pdf>>. Acesso em: 20 abr. 2018.

FILLOY, Eugenio; ROJANO, Teresa. Solving equations: The transition from arithmetic to algebra. **For the Learning of Mathematics**, v. 9, n. 2, 1989, p.19-25. Disponível em: <<https://www.jstor.org/stable/40247950>> Acesso em: 12 ago 2019.

GOMES, **Introdução à álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma análise a partir da Teoria da Objetivação**. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal, Rio Grande do Norte, 2020. Programa de Pós-Graduação em Educação. PPGEd/UFRN.

KIERAN, Carolyn. **Concepts associated with the equality symbol**. In: Educational Studies in Mathematics 12. Reidel Publishing Co. Dordrecht. Holland and Boston, USA, 1981, p. 318-324. Disponível em: <
<https://link.springer.com/article/10.1007/BF00311062>> Acesso em: 20 abr. 2018.

LINS, Romulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o Século XXI**. Campinas: Papirus, 1997.

MOLINA, Marta. **Desarrollo de pensamiento relacional y comprensión del signo igual por alumnos de tercero de educación primaria**. Tese de Doutorado, Departamento de Didáctica da Matemática, Granada, Universidad de Granada, 2006. Disponível em: <<http://cumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/MolinaM07-2822.PDF>> Acesso em: 25 mai 2019.

NORONHA,; GOMES,. La Enseñanza del álgebra en los años iniciales de Ensino Fundamental: pesquisas y orientaciones curriculares. **Revista Paradigma**, v. XLI, Edición Cuadragésimo Aniversario: 1980-2020, jun. 2020, p. 1-21.

PONTE, João Pedro da; BRANCO, Neusa; MATOS, Ana. **Álgebra no ensino básico**. Álgebra no ensino básico. Lisboa: Ministério da Educação, DGIDC, 2009.

RADFORD, Luís. Algebraic thinking from a cultural semiotic perspective. **Research in Mathematics Education**. v. 12, n. 1, 2010. Disponível em:<<http://luisradford.ca>>. Acesso em: 20 ago. 2018.

RADFORD, Luís. Grade 2 Students' Non-Symbolic Algebraic Thinking, 2011. In: CAI, Jinfa; KNUTH, Eric. **Early Algebraization**, 2011, p. 303-322. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/227048535_Grade_2_Students'_NonSymbolic_Algebraic_Thinking> Acesso em: 25 jul 2019.

RADFORD, Luis. The emergence of symbolic algebraic thinking in primary school. In: KIERAN, Carolyn (Org.), **Teaching and learning algebraic thinking with 5 to 12 years olds: The global evolution of an emerging field of research and practice**. New York, 2018, p. 3-25. Disponível em:<<http://luisradford.ca>>. Acesso em: 10 jan. 2019.

RADFORD, Luis; BARDINI, Caroline; SABENA, Cristina. Rhythm and the Grasping of the General. In: 30TH CONFERENCE OF THE INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION, 2006, Prague. **Anais...** Prague: PME, 2006. p. 393-400. Disponível em: <<https://www.emis.de/proceedings/PME30/4/393.pdf>> Acesso em: 01 ago. 2017.

ROJANO, Maria Teresa. Modelación concreta em álgebra: balanza virtual, ecuaciones y sistemas matemáticos de signos. In: **Revista Didáctica de las Matemáticas**. V. 75, 2010, p. 5-20. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/47799099_Modelacion_concreta>

_en_algebra_balanza_virtual_ecuaciones_y_sistemas_matematicos_de_signo
s> Acesso em: 01 ago 2019.

SÁ-SILVA, Jackson Ronie; ALMEIDA, Cristovão Domingos de; GUINDANI, Joel Felipe. Pesquisa documental: pistas teóricas e metodológicas. **Revista Brasileira de História & Ciências Sociais**, a. 1, n. 1, jul. 2009.

SCHLIEMANN, Analúcia; CARRAHER, David. **O lugar da álgebra no Ensino Fundamental**. In: MARTINS, Ernani; LAUTERT, Síntria (Orgs.). Diálogo sobre o ensino, aprendizagem e a formação de professores: contribuições da Psicologia da Educação Matemática. Rio de Janeiro: Editora Autografia, 2016, p. 34-73.

VAN DE WALLE, John. **Matemática no ensino fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. 6. Ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VERGEL, Rodolfo. **Formas de pensamiento algebraico temprano em alumnos de cuarto y quinto grados de Educación Básica Primaria (9-10 años)**. Tese de Doutorado. Universidad Distrital Francisco José Caldas. Bogotá, 2014.

ⁱ A Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2017) é um documento normativo que orienta o currículo brasileiro na Educação Infantil, Ensino Fundamental e Médio.

ⁱⁱ A intervenção foi aprovada pelo Comitê de Ética da UFRN com o seguinte código de Certificado de Apresentação de Apreciação Ética - 68013717.1.0000.5292 e com o número 2.198.566 registrado e divulgado como parecer de aprovação.

ⁱⁱⁱ O Encontro Nacional de Educação Matemática é um dos maiores eventos acadêmicos do Brasil. Ele é organizado pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática e acontece a cada três anos.

^{iv} Fonte da imagem: < <https://www.estudegratis.com.br/questao-de-concurso/106538>> Acesso em 15 mai 2020.