Necessidade e possibilidade nas ciências históricas: Resultados semânticos de uma tradução modal contradiodoreana e de uma lógica temporal occasmista para o passado

Necessity and possibility in the historical sciences: Semantic results of a modal counterdiodorean translation and a ockhamist temporal logic to the past

Vítor Medeiros Costa

Doutorando em Filosofia na UFSC, bolsista da CAPES

Resumo: Buscando interpretar certas sentenças modalizadas em ciências histórias, este artigo estabelece diferentes sentidos de "necessidade" e "possibilidade" e, dentro de lógicas temporais ramificadas para o passado, visa especialmente distinguir logicamente traduções de necessidade e possibilidade em instantes de tempo de traduções análogas em ramos históricos. Além disso, também explicitamos vantagens na abordagem por ramos históricos para capturar as diferentes intuições modais dos historiadores e naturalistas que reconstroem um passado provável/factual de diferentes modos (mas não de qualquer modo).

Palavras-chave: Lógica modal, passados prováveis, lógicas temporais ramificadas, ciências históricas.

Abstract: In order to interpret certain modal sentences in historical sciences, this article establishes different meanings of "necessity" and "possibility" and, within temporal logics branched out for the past, it is especially intended to distinguish logically translations of necessity and possibility in temporal moments of analogous translations in historical branches. In addition, we also explain advantages in approaching historical lines to capture the different modal intuitions of historians and naturalists who reconstruct a probable/factual past in different ways (but not in any way).

Keywords: Modal logic, probable pasts, branching tense logics, historical sciences.

I. Introdução

Este artigo oferece bases semânticas para a arregimentação das noções de "necessidade" e "possibilidade" em ciências históricas, ou seja, ciências como a Historiografia e a História Natural. A semântica aqui elaborada mescla uma interpretação do tempo à maneira da Semântica de Mundos Possíveis de Kripke com uma interpretação clássica das modalidades aléticas enquanto traduzíveis em instantes temporais (essa tendência advinda da antiguidade, especialmente de Aristóteles e dos estoicos). Ocorre que há diferentes sentidos para a "necessidade" e para a "possibilidade" de alguma proposição que não são capturados pelas traduções em instantes temporais (eventos). Dentre esses, como mostraremos, os conceitos de *necessidade* e *possibilidade* por vezes nas ciências históricas parecem ser mais adequadamente capturados por uma Semântica de Histórias, e não de eventos. Assim, elaboraremos uma interpretação na qual os "mundos possíveis" são instantes temporais e encontram-se distribuídos em diferentes conjuntos de instantes fechados por relação de precedência chamados "histórias", as quais correspondem às diferentes reconstruções científicas do passado.

Nessa leitura, daremos definições diferentes para necessidade e possibilidade temporais/eventuais ($\Box_t$ e $\Diamond_t$) e para 'necessidade histórica' ($\Box_h$), 'possibilidade histórica' ($\Diamond_h$) e —

como chamaremos — "constante histórica relativa" (∇); essas últimas três definidas em termos de histórias, enquanto as duas primeiras definidas em termos de instantes temporais (eventos). Por conseguinte, construiremos um sistema minimal *Ktt* e duas extensões (*Dt* e *D4t*) em Semântica de Eventos e, em seguida, por uma Semântica de Histórias, daremos um sistema minimal *Kth* e três extensões (*Dh*, *D4h* e $OBT^{\nabla}h$).

II. Traduções temporais de modalidades aléticas

Considere os dois operadores tradicionais de lógica modal alética, "necessário que" ($\Box$) e "possível que" ($\Diamond$), nas seguintes sentenças:

(1) Necessariamente, $7 + 5 = 12$;
(2) Necessariamente, o Sol brilha;
(3) Necessariamente, Napoleão morreu na Ilha de St. Helena em maio de 1821;
(4) É possível alguém ir à atmosfera do Sol no próximo segundo;
(5) É possível alguém ir à atmosfera do Sol e lá continuar vivo por 24 horas;
(6) É possível que os dinossauros tenham sido extintos por causa de um asteroide;
(7) É possível que Antínoo tenha cometido um suicídio em outubro de 130 d.C.;
(8) É possível que Napoleão tenha morrido em Nova Orleães.

Desde aqui, trataremos de traduzir as sentenças acima segundo sua efetividade no tempo. Para tal, considere os seguintes operadores temporais:

P:"Foi o caso que";
F: "Será o caso que";
H: "Sempre foi o caso que";
G: "Sempre será o caso que".

Há duas formas tradicionais de traduzir enunciados aléticos com operadores temporais. A primeira forma (tradução aristotélico-megárica) é através do Princípio da Plenitude identificado por Jaakko Hintikka (1973)[49], segundo o qual tudo quanto é possível existe em algum momento no tempo e o que é necessário é eterno:

$\Box\alpha \leftrightarrow (H\alpha \wedge \alpha \wedge G\alpha)$
$\Diamond\, \alpha \leftrightarrow (P\alpha \vee \alpha \vee F\alpha)$

A segunda forma é através da compreensão diodoreana[50] segundo a qual o que é possível ou o que é necessário o é somente em relação ao agora e/ou em relação ao futuro. Desse modo, temos que:

$\Box\alpha \leftrightarrow (\alpha \wedge G\alpha)$
$\Diamond\, \alpha \leftrightarrow (\alpha \vee F\alpha)$

Parece razoável que, se sabemos que (1) é o caso, e tratando-se de uma necessidade matemática, isso valha para trás, agora e para frente no tempo, independentemente de existirem sujeitos que reconheçam esse fato[51]. A mesma razoabilidade já não se aplica ao enunciado (2), uma vez que os conhecimentos físicos atuais mostrem que as estrelas possuem também, por assim dizer, um "tempo de vida" em que brilharão, diferentemente do que acreditava Aristóteles. Talvez, então, o que queiramos dizer é que

---

49 Esta leitura de Hintikka é baseada em alguns trechos em que Aristóteles se posiciona sobre o necessário, por exemplo, na *Ética a Nicômaco* (VI, 3, 1139b23–25): "objeto de conhecimento científico existe necessariamente; donde se segue que é eterno, pois todas as coisas que existem necessariamente no sentido absoluto do termo são eternas, e as coisas eternas são ingênitas e imperecíveis". Tal leitura, porém, tem sido relativizada por autores como Sarah Waterlow (1982) acerca de outras passagens do *Corpus Aristotelicum*. Por outro lado, alguns autores também chamam essa tradução de megárica (RESCHER; URQUHART, 1971, p. 258).

50 A tradução diodoreana foi formalizada por Arthur Prior (1967, pp. 113 e ss.) quando reconstruía logicamente o Argumento do Dominador de Diodoro Crono que tinha a pretensão de derivar uma conclusão *fatalista* em lógica temporal.

51 Embora fique em aberto em que sentido que se pode dizer que os objetos matemáticos "existem" perenemente no tempo.

(2)* Necessariamente, neste momento, o Sol brilha.

Note que o enunciado (2)* não pode ser traduzido nem pelas intuições aristotélico-megáricas nem pela de Diodoro, pois que tal enunciado pressupõe simultaneamente a noção de tempo e de modalidade alética. Poderíamos dizer, ainda, que não se trata de uma *necessidade histórica*, diferentemente do enunciado (3), onde parece que o que queremos dizer é que tudo que conhecemos leva a crer que Napoleão morreu em St. Helena e nenhum outro lugar é uma possibilidade razoável, dadas nossas evidências e teorias atuais. Note que estamos tratando, pois, de "necessidades diferentes", por assim dizer. A primeira, relativa ao Sol, é uma necessidade física; a segunda, uma necessidade histórica.

Tais diferenças também ocorrem com a "possibilidade". No enunciado (4), diríamos que se trata de algo *logicamente possível*, pois não gera contradição, mas não é *fisicamente possível*, até onde chegam nossos conhecimentos atuais. Por outro lado, a proposição (5) é fisicamente possível, mas não biologicamente possível, uma vez que nenhum organismo vivo (tal como conhecemos) pode permanecer durante 24 horas próximo à atmosfera do Sol.

Quanto ao enunciado (6), tendemos a crer que é lógica, física, biológica e historicamente possível. Tal enunciado não gera contradição, é compatível com nossos conhecimentos físicos, é biologicamente possível devido às consequências de um grande asteroide poder deixar a terra sob anos de escuridão e interromper a fotossíntese durante parte considerável deste tempo, mas também é historicamente possível porque há vestígios que dão plausibilidade para tal evento ter, de fato, ocorrido, como a cratera de Chicxulub, no atual México, embora haja contestações a essa tese (KELLEY; GUROV, 2002). Contudo, há outras hipóteses também prováveis para a explicação da extinção dos dinossauros. Em anos recentes, foram descobertas muitas outras crateras (embora muito menores) com idade aproximada à da cratera de Chicxulub, levando, por exemplo, à *teoria dos impactos múltiplos* (STEWART; ALLEN, 2002). O que vale para o enunciado (6), em História Natural, vale para o enunciado (7) na Historiografia, pois que, baseando-se nos relatos da antiguidade, sobretudo vindos de Pausânias, e no que se conhece do contexto da época, é considerado plausível que Antínoo, amante do imperador Adriano, possa ter se suicidado; por outro lado, é também provável que o próprio Antínoo ofereceu-se como sacrifício aos deuses, de modo a assegurar a prosperidade de Adriano. Ambos, pois, foram iniciados nos Mistérios de Elêusis, e Antínoo foi deificado e fundido à figura de Osíris após à morte. Há ainda o caso, porém, de ter sido um assassinato de opositores de Adriano, o que é uma hipótese menos provável, pois o *status* e a origem do jovem Antínoo aparentemente não apresentaria perigo político algum[52].

É importante observar que nos enunciados (3), (6) e (7) cabe apenas uma possibilidade de algo ter existido, portanto, algo pretérito, embora por vezes a História Natural ou a Historiografia trate de fenômenos ainda vigentes. Se é assim, só podemos entender a *possibilidade temporal* das ciências históricas — doravante '$\lozenge_t$' — por uma tradução, por assim dizer, *contradiodoreana* (i.e., uma tradução modal inversa à possibilidade voltada para o futuro):

$$\lozenge_t\, \alpha \leftrightarrow (\alpha \vee P\alpha)$$

Note que estamos trabalhando com uma *noção estrita de possibilidade histórica* ($\lozenge_t$), com isso queremos dizer: não está incluso em '$\lozenge_t$' *possibilidades históricas contrafactuais* tal como a do enunciado (8). Tal enunciado tem por base uma lenda citada literariamente por Georg Kaiser em *Napoleon in New Orleans* (1937)[53]. Não tendo base nas evidências e teorias historiográficas atuais nem sendo aceita na comunidade, essa versão não suporta uma *possibilidade histórica estrita*.

52 Um artigo recente examina algumas apropriações e versões desse caso do jovem Antínoo: COSTA; MOREIRA, 2018.

53 Não nos ocuparemos de distinguir os indivíduos das ciências históricas dos da ficção. O mesmo vale para a distinção entre a possibilidade histórica contrafactual e a possibilidade histórica factual. Tais assuntos merecem um trabalho à parte, mas, a título introdutório, recomendamos a leitura de Lubomí Doležel (1998) — de onde pegamos o enunciado (8) —, e Thomas Müller e Tomasz Placek (2007) cujo trabalho dá um tratamento mais amplo para a possibilidade histórica.

Contudo, utilizando-se de uma tradução contradiodoreana para os enunciados históricos, surge-nos o seguinte problema:

Como diferenciar a *necessidade histórica* prevista em (3) se tal necessidade não implica estar ligada a um fenômeno contínuo (i.e., que é e sempre foi o caso)? De fato, pela leitura contradiodoreana, temos que:

$$\Box\alpha \leftrightarrow (\alpha \wedge H\alpha)$$

Pensamos poder oferecer uma solução para esse problema no nível semântico. Tal é um dos principais temas dos tópicos seguintes, formulando uma sistematização da intuição contradiodoreana e, mais adiante, uma readaptação dessa intuição em termos de histórias no lugar de instantes temporais (eventos). Para isso, além de uma teoria clássica dos conjuntos subjacente à metalinguagem, usaremos uma linguagem L_h contendo a linguagem básica do Cálculo Proposicional Clássico (CPC) com proposições atômicas[54] (p), mais os operadores temporais 'G' e 'H', a negação clássica ($\neg$) de proposições e o operador de necessidade histórica '$\Box_h$', a ser definido posteriormente (tópico IV). Além de outras operações que serão definidas a partir dessas, notadamente os operadores '$\Box_t$', '∇', '$\Diamond$', 'F' e 'P'. Em suma, para este empreendimento teremos os seguintes símbolos básicos:

$$L_h = \{(p, p_1, p_2, \dots, p_n), \neg, \vee, G, H, \Box_h\}$$

III. Modalidades aléticas em Semântica de Eventos

Entendemos por "evento" um *instante de tempo* qualquer t, ou seja, evento é aqui uma interpretação de mundo possívei enquanto momento ordenado ou *estado temporal* onde encontram-se proposições que são, em tal ou qual instante, verdadeiras ou falsas. Por sua vez, tendo em vista os sistemas que construiremos a seguir, entendemos por 'ciências históricas' aquelas que estudam objetos pretéritos no tempo histórico (i.e.:

[54] Por praticidade, também utilizaremos α e β para fórmulas quaisquer (variáveis proposicionais).

tempo não-relativístico), onde se destaca principalmente a História Natural e a Historiografia.

Costumamos intuir o tempo histórico como uma linha única desde o presente até o passado mais remoto, onde, desde então, um evento sucede o outro linearmente em direção ao futuro. Contudo, tal intuição não corresponde à descrição do tempo histórico do ponto de vista da comunidade científica que estuda seus fenômenos; ou melhor, tal intuição não leva em conta os diferentes consensos dentro de tal comunidade. Tomando o ponto de vista da comunidade científica em ciências históricas, podemos pensar o tempo histórico dividido em ramos (*branched time*, BT) desde o presente para o passado numa quantidade de linhas relativa à quantidade de possibilidades históricas estritas (passados/histórias prováveis).

Definindo uma lógica temporal que possibilite ramificações:

Com efeito, podemos definir um modelo W de BT para um conjunto de *proposições atômicas* A a partir de uma tripla ordenada $\langle \Omega, \prec, V \rangle$. Dessa forma, uma *valoração* V de A em Ω é um mapeamento $V: \Omega \times A \to \{0,1\}$ atribuindo um valor de verdade para cada proposição atômica em cada instante do tempo na *árvore* temporal $\langle \Omega, \prec \rangle$. Em tal árvore, Ω é um conjunto de instantes temporais (eventos) não vazio e '$\succ$' é uma ordenação parcial sobre Ω que denota "precede a" (quando se tratar de uma relação de precedência ou igualdade, chamaremos '$\preccurlyeq$'; i.e., "precede ou é igual a"), e para o qual pode ter um conjunto de condições (condições para a *precedência*, '$\prec$') desde que não implique a linearidade do tempo. A princípio, consideremos $\prec$ uma relação de acessibilidade qualquer, sem restrições. Em síntese:

$$\mathfrak{W} = \langle \Omega, \prec, V \rangle,$$
$$p \in A, \Omega \neq \emptyset,$$
$$V: \Omega \times A \to \{0,1\}$$

Para facilitar a notação doravante, definimos "sucede a" ($\succ$) como *relação inversa* de $\prec$; isso podemos notar '$\prec^{-1}$', assim: $t \succ$

$t' = t \prec^{-1} t'$, i.e.: $t \prec^{-1} t' = \{\langle t, t' \rangle, t' \prec t\}$. E definimos ainda dois operadores fracos a partir dos primitivos (G e H):

$F\alpha := \neg G \neg \alpha$
$P\alpha := \neg H \neg \alpha$

Condições de verdade em instantes temporais:

Definimos indutivamente as seguintes condições de verdade no modelo W diferenciando uma proposição atômica p de proposições quaisquer α e β (atômicas ou não). Usamos a expressão $W, t \vDash \alpha$ quando α é o caso em um instante t dentro de um modelo$W$. Assim:

$\mathfrak{W}, t \vDash p$ *se e somente se* em $t \in \Omega, V(p) = 1$;
$\mathfrak{W}, t \vDash \neg p$ *se e somente se* em $t \in \Omega, V(p) = 0$;
$\mathfrak{W}, t \vDash \alpha \vee \beta$ *se e somente se* $\mathfrak{W}, t \vDash \alpha$ ou $\mathfrak{W}, t \vDash \beta$;
$\mathfrak{W}, t \vDash H\alpha$ *se e somente se* $\mathfrak{W}, t' \vDash \alpha$ para todo instante t' tal que $t' \prec t$;
$\mathfrak{W}, t \vDash G\alpha$ *se e somente se* $\mathfrak{W}, t' \vDash \alpha$ para todo instante t' tal que $t \succ t'$;

O sistema minimal de lógica temporal (*Kt*):

O mais fraco dos sistemas temporais que permite ramificações é o *sistema minimal* de tempo (*Kt*) de E. J. Lemmon (RESCHER; URQUHART, 1971). Para apresentá-lo, considere uma definição (local) de *consequência lógica*: Seja Γ um conjunto de fórmulas e α uma fórmula qualquer, α é consequência lógica (local) de Γ *se e somente se*, para todo modelo $\mathfrak{W} = \langle \Omega, \prec, V \rangle$ e todo $t \in \Omega$, se $V(\gamma, t) = 1$ para todo $\gamma \in \Gamma$, então $V(\alpha, t) = 1$. Em outras palavras, todo modelo de Γ é modelo de α; sempre que todo $\gamma \in \Gamma$ é verdadeiro, α também o é.

Em *Kt*, com uma relação de ordenação *qualquer*, podemos já mostrar que são logicamente verdadeiros na semântica algumas fórmulas (que são tomadas sintaticamente como *axiomas*):

(A1). $G(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (G\alpha \rightarrow G\beta)$
(A2). $H(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (H\alpha \rightarrow H\beta)$
(A3). $\alpha \rightarrow HF\alpha$

(A4). $\alpha \rightarrow GPa$

Ademais, devemos considerar as seguintes *regras de inferência*:

(RG). Se $\vDash \alpha$, então $\vDash G\alpha$
(RH). Se $\vDash \alpha$, então $\vDash H\alpha$

Traduções modo-temporais:

Considere agora as traduções tradicionais (aristotélica e diodoreana) dos operadores aléticos e também a tradução contradiodoreana — todas oferecidas no tópico anterior — mediante três equivalências modais: aristotélica (A) e diodoreana (D) e a contradiodoreana (CD). Em função de estarmos definindo os operadores aléticos de necessidade e possibilidade com *instantes temporais* (eventos), utilizaremos os operadores aléticos com um 't' subscrito como se segue:

(A). $\Box_t\alpha \leftrightarrow (H\alpha \wedge \alpha \wedge G\alpha), \Diamond_t\ \alpha \leftrightarrow (P\alpha \vee \alpha \vee F\alpha)$
(D). $\Box_t\alpha \leftrightarrow (\alpha \wedge G\alpha), \Diamond_t\ \alpha \leftrightarrow (\alpha \vee F\alpha)$
(CD). $\Box_t\alpha \leftrightarrow (\alpha \wedge H\alpha), \Diamond_t\ \alpha \leftrightarrow (\alpha \vee P\alpha)$

Todas as traduções para necessidade levam imediatamente como consequência lógica à Regra de Necessitação (RN):

(RN). Se $\vDash \alpha$, então $\vDash \Box_t\alpha$

Com efeito, todas as traduções apresentadas derivarão o Axioma T em lógica modal:

(T). $\Box_t\alpha \rightarrow \alpha$

Isso mesmo sem acrescentar reflexividade ao sistema. Ou seja, restringir a relação $\prec$ com a condição

(Refl.). $\forall t(t \prec t)$.

E também se segue diretamente o axioma K:

(K). $\Box_t(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow (\Box_t\alpha \rightarrow \Box_t\beta)$

Limitando tradução temporal e especificando modalidades:

As leituras apresentadas acima não são equivalentes. Prova disso é que apenas pela tradução aristotélica é possível provar em um âmbito minimal que o princípio B a seguir é consequência lógica:

(B). $\alpha \to \Box_t \Diamond_t \alpha$

Em tradução aristotélica:

$$\alpha \to (H(F\alpha \vee \alpha \vee P\alpha) \wedge (F\alpha \vee \alpha \vee P\alpha) \wedge G(F\alpha \vee \alpha \vee P\alpha))$$

É fácil notar que, uma vez que α receba o valor de verdade 1 em um tempo t, não se pode falsificar a fórmula $(F\alpha \vee \alpha \vee P\alpha)$ em um tempo t' sucessor ou predecessor de t, pois uma das duas, $F\alpha$ ou $P\alpha$, será verdadeira. O mesmo resultado não pode ser obtido pelas outras traduções dado que em suas traduções não há uma "simetria entre futuro e passado", há apenas o requisito de que seja o caso agora ou em uma única direção no tempo.

Mas, como interessa às ciências históricas de um ponto de vista descritivo, apenas o presente e o passado, estamos justificados a nos limitar, a princípio, à tradução contradiodoreana. E chamamos o sistema minimal *Kt* com tradução contradiodoreana de *Ktt*.

Seguindo essa leitura, a diferença entre $\Diamond$ e P, bem como entre $\Box$ e H, está em levar em conta o presente. Enquanto a validade de $P\alpha$ em t requer que α seja verdadeira em algum instante t' tal que $t' \prec t$, $\Diamond\,\alpha$ requer que seja em algum t' tal que $t' \preccurlyeq t$. Igualmente, *mutatis mutandis*, às condições de $\Box$ e H. Logo, em *Ktt* temos que:

$\vDash_{Ktt} \Box_t \alpha \to \alpha$, mas $\nvDash_{Ktt} H\alpha \to \alpha$

(Problema) Análise temporal do enunciado (3):

Avaliemos em *Ktt* os enunciados anteriores, em especial o (3):

"Necessariamente, Napoleão morreu na Ilha de St. Helena em maio de 1821"

Se m designa a morte de Napoleão em maio de 1821, formulamos o enunciado como $\Box_t Pm$ que, para ser verdadeira em um tempo t, é verdade Pm para todo $t' \preccurlyeq t$. Ou seja: $Pm \wedge HPm$.

Supondo que $Pm \land HPm$ é verdadeira num instante t. Isso significa que em t é verdade que Pm; logo, há um instante $t' \prec t$ onde m é verdadeira. Mas então também em t' será verdade que Pm, pois temos também HPm em t. Desse modo, teremos que admitir um $t'' \prec t'$ onde em t'' temos a fórmula m verdadeira. Eis o problema do tópico anterior: pela tradução contradiodoreana inferimos que a necessidade de uma proposição pretérita do tipo '$P\alpha$' leva à fórmula α ser verdadeira em mais de um instante t.

Quando um historiador afirma que Napoleão morreu em maio de 1821 está tentando explicitar um momento específico em que Napoleão morreu (o evento de sua morte). E se há mais evidências afirmar-se-á que morreu em um dia específico — tal como se diz que Júlio César teria morrido em 15 de março de 44 a.C. —, e mesmo se acrescentaria a hora e os minutos se houvesse fonte para tal e se esse dado fosse relevante para o estudo em questão. É plausível supor, assim, que o raciocínio temporal das ciências históricas não está sendo capturado de todo pelo sistema *Ktt*.

Estudo em algumas extensões para *Ktt*:

Podemos acrescentar extensões a *Ktt*, mas isso não resolverá nosso problema, senão mesmo o agravará. Podemos, por exemplo, acrescentar a *condição de serialidade* para a relação $\prec$:

(Serialidade pretérita). $\forall t \exists t' (t' \prec t)$.

O sistema *Ktt* com mais essa condição chamamos de *Dt*. Em *Dt* teremos outras consequências lógicas como: $\vDash_{Dt} \Box_t \alpha \rightarrow P\alpha$, $\vDash_{Dt} H\alpha \rightarrow \Diamond_t \alpha$, $\vDash_{Dt} \Box_t \alpha \rightarrow \Diamond_t \alpha$, $\vDash_{Dt} H\alpha \rightarrow P\alpha$, e $\vDash_{Dt} P(\alpha \rightarrow \alpha)$.

Dt traz vantagens em relação a *Ktt*. Ajuda a garantir em todos os modelos a distinção presente-passado, e impede "mundos cegos", ou seja, instantes t que não se relacionam com nenhum outro. Mas em *Dt* o tempo será infinito para trás, algo não de todo evidente. Ademais, agravará o problema, estendendo a validade de m para infinitos instantes t que antecedam o instante da enunciação de (3).

Outras extensões vantajosas ainda poderiam ser feitas preservando o tempo ramificado[55], como ao adotar a *transitividade*:

(Trans.). $\forall t' \forall t'' \forall t''' [((t' \prec t'') \land (t'' \prec t''')) \rightarrow (t' \prec t''')]$

---

[55] Pode-se ver mais sobre as combinações de sistemas temporais e aléticos em tradução diodoreana e aristotélica em Rescher e Urquhart (1971).

A transitividade de $\prec$ exclui modelos como em que $t \prec t' \prec t''$, mas não $t \prec t''$. Nesse caso, uma proposição Pp como "Napoleão morreu" em t seria falsa caso $p = 1$ em t''. Para que fosse verdadeiro em t nesse contexto, teríamos de traduzir por PPp. E precisaríamos de ainda mais 'P's caso p fosse verdadeiro em um momento ainda mais distante em uma cadeia de precedência até t. Seja uma "cadeia" (*chain*) C em W um subconjunto de Ω cujos elementos são totalmente ordenados por '$\prec$'; $C \subseteq W$ é uma cadeia se e somente se $\forall t, t' \in C$: $(t \prec t') \vee (t' \prec t)$.

Dt somado à transitividade chamamos *D4t*, e dá-nos tautologias como: $\vDash_{D4t} \Box_t \alpha \rightarrow \Box_t \Box_t \alpha$, $\vDash_{D4t} H\alpha \rightarrow HH\alpha$, $\vDash_{D4t} \Diamond_t \Diamond_t \alpha \rightarrow \Diamond_t \alpha$, $\vDash_{D4t} PP\alpha \rightarrow P\alpha$, $\vDash_{D4t} \Box_t P\alpha \rightarrow P\alpha$, $\vDash_{D4t} H \Diamond_t \alpha \rightarrow \Diamond_t \alpha$, $\vDash_{D4t} \Box_t \Diamond \alpha \rightarrow \Diamond_t \alpha$, e $\vDash_{D4t} HP\alpha \rightarrow P\alpha$.

Extensões de *Kt* podem ajudar a capturar outras intuições do tempo histórico, em particular as extensões que apresentamos:

$$Kt \subset Dt \subset D4t$$

Mas a interpretação problemática da necessidade histórica persistirá enquanto for definida em instantes temporais. Assim, alternativamente, podemos definir a semântica dos operadores aléticos por *ramos históricos* (h), doravante apenas 'histórias'; casos particulares de cadeias C de eventos. Essa abordagem alternativa será feita à maneira das *lógicas temporais ramificadas occamistas* (seguindo, entre outros, Prior, 1967; Thomason, 1984; e Øhrstrøm and Hasle, 1995), doravante OBT, porém adaptada para o passado.

IV. Modalidades aléticas em Semântica de Histórias

Def. [h] e notação com histórias:

Uma *história* h em uma árvore T é um *conjunto maximal* (i.e., não prologável) de instantes $t \in \Omega$ ordenados por $\prec$. Assim, podemos notar o conjunto não-vazio de todas as histórias em Ω como $H(\Omega)$ e apenas H o conjunto de todos os ramos. Por sua vez, uma *história* h partindo de um instante $t \in h$ é um par (h, t) consistindo de uma parte de h sobre t, ou seja, o conjunto de todos os instantes t' sobre h tais que $t' \preccurlyeq t$. Com efeito, o conjunto de histórias passando através de um instante t em Ω é denotado por $H(t)$. Intuitivamente, uma história (h, t) representa um instante t podendo estar junto de algum passado. Duas histórias h e h' *se sobrepõem em* t se $t \in h \cap h'$, e *são indivisíveis em* t se $\exists t'$ e $t' \in h \cap h'$. As propriedades resultadas são chamadas *sobreposição* (*overlapping*) e *indivisibilidade* (*undividedness*), respectivamente.

Def. valoração occamista:

Uma *valoração* em uma árvore $\langle \Omega, \prec \rangle$ é um mapeamento V que atribui a toda proposição atômica $p \in A$ em instantes e em histórias valores de verdade usuais. Portanto, uma *verdade occamista* de uma proposição atômica depende tanto dos *instantes de tempo* quanto das *histórias* sobre as quais é considerado. Em síntese:

$T = \langle \Omega, \prec \rangle$
$\Omega \neq \emptyset, t \in \Omega$
$t \in h, h \in H, H \neq \emptyset$
$(h, t) \in H(\Omega), p \in A$
$V: H \times \Omega \times A \to \{0,1\}$

Agora a definição de *verdade (occamista)* de uma fórmula occamista em um modelo M, relativo a uma história (h, t) onde $h \in H$ e $t \in h$, é dada *recursivamente* a seguir:

$\mathfrak{W}, h, t \vDash p$ *se e somente se* em $(h, t) \in H(\Omega), V(p) = 1$;
$\mathfrak{W}, h, t \vDash \neg p$ *se e somente se* em $(h, t) \in H(\Omega), V(p) = 0$;
$\mathfrak{W}, h, t \vDash \alpha \vee \beta$ *se e somente se* $\mathfrak{W}, h, t \vDash \alpha$ ou $\mathfrak{W}, h, t \vDash \beta$;
$\mathfrak{W}, h, t \vDash G\alpha$ *se e somente se* $\mathfrak{W}, h, t' \vDash \alpha$ para todo $t' \in h$ tal que $t' \succ t$;
$\mathfrak{W}, h, t \vDash H\alpha$ *se e somente se* $\mathfrak{W}, h, t' \vDash \alpha$ para todo $t' \in h$ tal que $t' \prec t$;
$\mathfrak{W}, h, t \vDash \Box_h \alpha$ *se e somente se* $\mathfrak{W}, h', t \vDash \alpha$ para *todo* $h' \in H(t)$ a *algum* $t' \preccurlyeq t$. @@@@

Def. de modalidades secundárias:

A *necessidade histórica* ($\Box_h$), diferente da temporal ($\Box_t$), é assumida primitivamente, pois, diferente de G e H, o operador $\Box_h$ não é definido só quantificando instantes temporais em histórias; mas sim quantificando histórias de instantes. Desse modo, além das definições usuais de F e P, podemos definir uma *possibilidade histórica* ($\Diamond_h$) de uma fórmula α como verdadeira a algum t de uma história h se e somente se houver *ao menos uma* história $h' \in H(t)$ onde $\alpha = 1$ *para algum* tempo $t \in h'$. Contudo, essa possibilidade não é a contraparte da *necessidade histórica*, tal seria uma *constante histórica relativa* (∇) onde $\nabla\alpha$ é verdadeira em um tempo t de uma história h se e somente se houver *ao menos uma* história $h' \in H(t)$ onde α é verdadeira *para todo* tempo $t \in h'$. Ou seja:

$\nabla\alpha := \neg\Box_h\neg\alpha$

Def. validade occamista em um sistema minimal:

Agora dizemos que uma fórmula é "occamisticamente válida" se é verdadeira em todas as histórias desse modelo (*ockhamist tree model*)[56]. Chamaremos *Kth* o sistema minimal que abrange *Kt* mais o operador $\Box_h$ e as definições normais de $\Diamond_t$ e $\Box_t$ (por tradução contradiodoreana a partir de P e H) e de $\Diamond_h$ e ∇_h (contraparte negativa de $\Box_h$). As mesmas fórmulas válidas até então para a necessidade temporal ($\Box_t$) não valerão para a necessidade histórica; K, por exemplo, não se segue na necessidade histórica (mais fraca que a necessidade temporal): $\nvDash_{Kth} \Box_h(\alpha \to \beta) \to (\Box_h\alpha \to \Box_h\beta)$. Mas temos tautologias como: $\vDash_{Kth} \Box_h\alpha \to \Box_h \Diamond_t \alpha$, $\vDash_{Kth} \nabla\alpha \to \Diamond_h \Box_t\alpha$, e $\vDash_{Kth} \Box_t\alpha \to \nabla\alpha$.

Análise histórica dos enunciados (3), (5), (6) e (7):

Podemos agora reavaliar (3). Se traduzirmos o 'necessariamente' como uma *necessidade histórica*, temos que:

---

56 A definição de validade que usamos basta a nossos propósitos, mas não é a única, Reynolds (2002) distingue de outra validade consideravelmente mais fraca.

$\Box_h Pm$

Tal fórmula será verdadeira em um instante t se, para toda "interpretação de passado" para t (i.e., para toda história h onde $t \in h$), Pm é uma fórmula válida. Lembrando que h sobre t é o conjunto de todos os instantes t' sobre h tais que $t' \preccurlyeq t$. Assim, considere que Pm seja válida no próprio t; logo, que há um $t' \prec t$ onde a proposição m é verdadeira. Teremos, então, como queríamos, somente um momento (t') onde é o caso a morte de Napoleão.

Podemos considerar, por sua vez, o enunciado (6):

"É possível que os dinossauros tenham sido extintos por causa de um asteroide"

Se tratando de uma *possibilidade histórica* em Kth, o enunciado fala que os dinossauros foram extintos (Pd) e menciona a ocorrência precedente de um asteroide (PPa). Observe que estamos aqui apenas supondo a anterioridade da causa diante do efeito, e não que a causalidade possa ser definida apenas em função de precedência temporal. Isso observado, traduzimos:

$\Diamond_h\ (Pd \wedge PPa)$

Essa fórmula será verdadeira para $t \in h$ se e somente se houver algum $t' \in h$ tal que $t' \prec t$ e $(Pd \wedge PPa)$ é verdadeiro; o que significa que haverá ainda outros tempos t'' e t''' nessa história h onde, respectiva e ordenadamente, será o caso que d e que a.

Convém observar que aqui o operador $\Diamond_h$ poderia ser substituído por $\Diamond_t$ (nesse último caso, sem falar em ramos). Pela substituição:

$(Pd \wedge PPa) \vee P(Pd \wedge PPa)$

Tal fórmula é uma forma sintática contradiodoreana de afirmar o que expressamos na Semântica de Histórias, a saber, que $(Pd \wedge PPa) = 1$ em $t' \preccurlyeq t \in h$. Embora a tradução contradiodoreana não fale de histórias, sempre se aplica a alguma. Como ambas as possibilidades validam uma fórmula em algum t presente ou pretérito; generaliza-se uma equivalência extensional:

$\lozenge_h \alpha \leftrightarrow \lozenge_t \alpha$

É claro que, vide o enunciado (5), uma equivalência análoga não é possível entre os operadores de necessidade. Podemos assumir, assim, apenas quatro operadores aléticos doravante: $\lozenge$, ∇, $\square_h$ e $\square_t$.

Vejamos, por fim, o enunciado (7):

"É possível que Antínoo tenha cometido um suicídio em outubro de 130 d.C."

De maneira geral, em enunciados como esse um historiador quer dizer implicitamente que pode haver outras alternativas para o que tenha ocasionado a morte de Antínoo, portanto, que não se trata de uma necessidade temporal. De fato, na literatura a respeito costuma-se aceitar também, por exemplo, que Antínoo não teria se sacrificado em um ritual religioso. Nossa Semântica de Histórias captura essa ideia no enunciado acima bem como no enunciado anterior. A possibilidade histórica ($\lozenge_h$) é verdadeira aqui em um tempo$t$ pelo fato de Antínoo ter cometido um suicídio em uma história h de t dessa história, o que não impede que em uma outra história h' aconteça de Antínoo ter se oferecido em sacrifício aos deuses, e mesmo em uma terceira história h'' tenha sido assassinado por ser julgado uma ameaça política no Império Romano.

Por fim, poder-se-ia objetar que o operador '$\square_t$' não tem utilidade, então, para as afirmações em ciências históricas; já que sua necessidade é de outro tipo quando a enunciam. Talvez isso seja verdade se nos limitamos aos estudos de caso ao longo da história natural e história humana. Mas não podemos esquecer que, na historiografia, há tradições que ainda defendem necessidades históricas acerca de constantes temporais, i.e., fenômenos que sempre ocorrem enquanto a História é História. Esse seria o caso, por exemplo, de quem sustente uma regra como "períodos de rápida inflação causam instabilidade política"; em outras palavras, que sempre que ocorre ou ocorreu rápida inflação, ocorre ou ocorreu instabilidade política. Tal enunciado não pode ser formalizado senão com o operador de *necessidade temporal*, $\Box_t$. Nessa direção, parece que Hempel, em seu célebre artigo *The Function of General Laws in History* (1942), chama a atenção para a importância de se admitir raciocínios dedutivos que sejam sincrônicos e constantes na história humana, explicando recorrências históricas. De igual sorte, quando um historiador natural afirma que "necessariamente ocorre e ocorreu evolução nas espécies" ele está afirmando uma necessidade temporal ($\Box_t$), e utiliza desse fenômeno constante para compreender fenômenos particulares no decorrer da história natural.

Extensões de *Kth*:

Condições que estendiam o sistema *Ktt* aplicam-se a *Kth*. Assim, obteremos *Dth* — como chamaremos — no acréscimo da serialidade, pelo que se pode então provar a seguinte consequência lógica:

$$\vDash_{Dth} \Box_h \alpha \rightarrow P\alpha$$

E, com o acréscimo da transitividade, teremos o sistema *D4th* — como chamaremos — onde se seguem tautologias como:

$$\vDash_{D4th} \Box_h \Box_t \alpha \rightarrow \Box_t \Box_h \alpha$$

Contudo, um sistema usual *BT* (*branching-time logic*) não supõe a serialidade em $\prec$ (por exemplo, ver ZANARDO; CIUNI, 2010, p. 396). Em uma árvore $T = \langle \Omega, \prec \rangle$, define-se comumente $\prec \subseteq \Omega \times \Omega$ de *BT* apenas como irreflexivo[57], transitivo e linear-para-trás (*backward-linear*)[58]. Essa última condição é colocada porque a proposta de tempo ramificado (inclusive occamista) inicialmente foi desenhada para pensar um futuro

57 I.e.: $\forall t \neg (t \prec t)$.

58 O sistema torna-se linear-para-trás ao acrescentarmos a seguinte condição: para todo t, t', t'', se $t' \prec t$ e $t'' \prec t$, então $t'' \prec t \vee t' \prec t'' \vee t'' = t'$.

indeterminístico; permitindo ramificações de futuro, mas não de passado. Na aplicação deste artigo, entretanto, incluiremos a serialidade do passado (já apresentada) — a fim de criar um sistema que abarque *D4th* —, e, como interessa-nos exclusivamente presente e passado, substituiremos a última condição de *BT* acima (de *backward-linear*) por uma condição de maximalidade para um instante presente p:

(p). Para toda história h, existe um e somente um p tal que p é o elemento maximal do ramo.

(p)*. $\exists! \, p((p \in \Omega) \wedge \forall t((t \in \Omega) \rightarrow (t \preccurlyeq p)))$.

Assim, uma proposição atômica p é valorada apenas em $H(p)$. Além disso, também não há linhas do tempo desconectadas. Com a condição da maximalidade do presente, todas as histórias h estão em um estado de *sobreposição* (*overlapping*) e *indivisibilidade* (*undividedness*) em p. Ou seja, quaisquer histórias h e h' *se sobrepõem em* p uma vez que a condição (p) garante que $p \in h \cap h'$; e quaisquer histórias h e h' *são indivisíveis em* p porque, vide (p)*, $\exists p$ e $p \in h \cap h'$.

Chamaremos de *OBT*^{D}*th* o *sistema occamista histórico de lógica temporal ramificada com serialidade pretérita*. Em *OBT*^{D}*th*, uma árvore histórica $T = \langle \Omega, \prec \rangle$ abrange um conjunto de histórias h sobre o conjunto Ω não-vazio de eventos e possui uma relação $\prec \subseteq \Omega \times \Omega$ que seja irreflexiva, serial para o passado, transitiva e com um instante maximal do passado até um e somente um instante presente p. Desse modo, todas as tautologias de *D4th* o são em *OBT*^{D}*th*. Além disso, pelo princípio (p)* podemos provar em *OBT*^{D}*th* a seguinte tautologia (que não se segue de *D4th*):

$$\vDash_{OBT^D th} \neg(F\alpha \wedge G(\alpha \rightarrow F\alpha))$$

Demonstração: Se a negação da conjunção acima é falsa em t, então, neste momento, $F\alpha = 1$ e $G(\alpha \rightarrow F\alpha) = 1$; assim, existirá um t' tal que $t \prec t'$ onde $\alpha = 1$. Mas então, para t', $\alpha \rightarrow F\alpha = 1$, e, como o antecedente é verdadeiro, também o consequente precisa sê-lo. Se o é, existirá um t'' tal que $t' \prec t''$ onde teremos o mesmo resultado de t', pois, pela transitividade, também $t \prec t''$ e, pois, $(\alpha \rightarrow F\alpha) = 1$ em t''. Sucessivamente *ad infinitum*.

Mas a condição (p)* nega que se continue ao infinito, o que gera contradição.

Assim apresentamos estes sistemas em Semântica de Histórias:

Kth⊂Dth⊂D4th⊂ OBT^Dth

V. Conclusões

O último sistema apresentado, *OBT^{D}th*, ou algum outro próximo a ele, parece servir como uma boa arregimentação das noções de necessidade e possibilidade em ciências históricas. Não obstante a infinitude do passado (pela serialidade) ser questionável e outros critérios poderem ser acrescidos ao sistema para caracterizar o tempo histórico, em defesa de *OBT^{D}th*, devemos lembrar que contempla já muito do que intuímos para os passados reconstruídos pelas ciências históricas; além de irreflexividade e transitividade, maximalidade no presente e sobreposição e indivisibilidade das histórias em relação a ele, haja vista que são reconstruções que partem de consensos, evidências e fontes formadas no presente.

Ademais, todos os sistemas apresentados neste tópico (III) trazem vantagens quanto aos sistemas anteriores (do tópico II), tanto porque a Semântica de Histórias abrange a Semântica de Eventos quanto porque contempla uma necessidade diferente (histórica) $\Box_h$ que captura intuições nas ciências históricas que o operador '$\Box_t$' não capturava. De um ponto de vista mais especulativo, podemos dizer que, por um lado, $\Box_h$ traduz um sentido *mais epistemológico* de necessidade (enquanto "consenso epistêmico") nas ciências históricas acerca de fenômenos pontuais; e, por outro lado, $\Box_t$ traduz um sentido *mais metafísico* de necessidade (enquanto "lei temporal") que se aplica à História (a totalidade dos instantes). O intermediário entre esses dois extremos é uma *constante histórica relativa* (∇), ou seja, uma modalidade que exprime que uma proposição é válida em todo instante, mas em apenas um ramo; reflete, pois, uma lei histórica relativa a um ramo, ou seja, relativa a uma interpretação/construção do passado (i.e., uma história h). Esse pode ser o caso, por exemplo, de uma interpretação do passado h' que se utiliza de uma teoria marxista onde a luta de classes é uma constante ∇l, em outras palavras, sempre é válido que l para todo o tempo t, mas somente nessa interpretação marxista da história, i.e., em um ramo h'.

Referências:

ARISTÓTELES. *Ética a Nicômaco*; *Poética*. Aristóteles: Volume II. Para a Ética a Nicômaco, tradução de Leonel Vallandro e Gerd Bornheim da versão inglesa de W. D. Ross; para a Poética, tradução, comentário e índices analítico e onomástico de Eudoro de Souza. São Paulo: Nova Cultural, 1987.

COSTA, V. M.; Moreira, I. L. . Antínoo(s) e Antinous: da reinterpretação de Antínoo no poema homônimo de Fernando Pessoa. Paraná, *Revista Vernáculo*, n. 41, (1º sem.) 2018. pp. 130–163.

DOLEŽEL, Lubomír. Worlds of Fiction and History. Johns Hopkins University Press, *New Literary History*, v. 29, n. 4, (Autumn) 1998, pp. 785–809.

GORANKO, Valentin and GALTON, Antony. Temporal Logic. In: Edward N. Zalta (ed.). Stanford, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy. (Nov) 1999;* (May) 2015. URL: <https://plato.stanford.edu/entries/logic-temporal/> (23/06/2019).

HEMPEL, Carl. The Function of General Laws in History. In: Wiley-Blackwell, T*he Journal of Philosophy*, vol. 39, no. 2, (January) 1942, pp. 35–48.

HINTIKKA, Jaakko. *Knowledge and Belief: An introduction to the logic of the two notions*. New York: Cornell University Press, 1962.

HINTIKKA, Jaakko. *Time and Necessity: Studies in Aristotle's Theory of Modality*. Oxford: Oxford University Press, 1973.

KELLEY, Simon P.; GUROV, Eugene. The Boltysh, another end-Cretaceous impact. Wiley-Blackwell, *Meteoritics & Planetary Science*, v. 37(8), (August) 2002, pp. 1031–1043.

ØHRSTRØM, P.; HASLE, P. *Temporal Logic: From Ancient Ideas to Artificial Intelligence*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1995.

PRIOR, Arthur. *Past, Present and Future*. Oxford: Oxford University Press, 1967.

PLACEK, Tomasz. On individuals in branching histories. Springer, *Synthese*, v. 188, n. 1, (September) 2012, pp. 23–39.

RESCHER, N.; URQUHART, A. *Temporal Logic*. Berlin: Springer-Verlag, 1971.

REYNOLDS, Mark. Axioms for Branching Time. In: Oxford, *Journal of Logic and Computation*, 12(4), (August) 2002, pp. 679–697.

REYNOLDS, Mark. An Axiomatization of Prior's Ockhamist Logic of Historical Necessity. In: BALBIANI et al. (eds.). *Advances in Modal Logic*. Volume 4. London: College Publications, pp. 355–370, 2003.

THOMASON, Richmond H. Combinations of tense and modality. In: GABBAY, D.; GUENTHNER, F. (eds.). *Handbook of Philosophical Logic* (Volume II: Extensions of Classical Logic), pp. 135–165. Reidel, pp. 205–234, 1984.

WATERLOW, Sarah. *Passage and possibility: a study of Aristotle's modal concepts*. Oxford: Clarendon Press, 1982.

ZANARDO, A.; BARCELLAN, B.; and REYNOLDS, M. Non-Definability of the Class of Complete Bundled Trees. Oxford, *Logic Journal of the IGPL* (Special Issue on Temporal Logic), v. 7(1), (January) 1999, pp. 125–136.

ZANARDO, A.; Roberto CIUNI, Roberto. Completeness of a Branching-Time Logic with Possible Choices. Dordrecht, *Studia Logica: An International Journal for Symbolic Logic*, v. 96, n. 3 (December), 2010, pp. 393–420.