# OS PARADOXOS DE PRIOR E O CÁLCULO PROPOSICIONAL DEÔNTICO RELEVANTE $E_0$[1]

*Ângela Maria Paiva Cruz*
Departamento de Filosofia da UFRN

**ABSTRACT**

Normative fragment of natural language make up sentences that express acts and describe norms. In this fragment there are criteria of logic thuth and relation of consequence between sentences which constitute a natural deontic logic. This paper adopts a translation function from the set of sentences of the normative fragment of natural language into the set of formulae in the formal language and claims that such function translates logically true sentences of the natural language into provable formulae of the formal calculus. With Von Wright's deontic calculus (1951), it does not fit and generates paradoxes, which are known as Prior's paradoxes. Cruz's paraconsistent deontic propositional calculus, $D_1$ (1993) avoids some paradoxes, except that generated by the formula $OB \rightarrow O(A \rightarrow B)$. One builds a relevant deontic propositional calculus that aims to avoid these paradoxes and keeps intact all other fundamental features of deontic operators, since the formula $B \rightarrow (A \rightarrow B)$ is improable in some relavant calculi.

| Princ. | Natal | Ano 3 | n. 4 | p. 05-18 | jan./dez. 1996 |
|---|---|---|---|---|---|

# 1. Introdução

Os sistemas de lógica deôntica são construídos com o objetivo de estudar conceitos normativos tais como: "obrigação", "permissão", "proibição", "indiferença" e "comprometimento". Nesses sistemas devem ser preservadas certas propriedades que valem no fragmento normativo da linguagem natural, como por exemplo a "verdade lógica"[2] de uma sentença. Para que haja a preservação de tais propriedades define-se uma função tradução "t" como uma aplicação um-a-um que vai do conjunto de sentenças do fragmento normativo da linguagem natural para o conjunto de fórmulas da linguagem do sistema formal, satisfazendo certas condições citadas em ÄQVIST (01:623). E pretende-se que a tradução "t" seja **completamente adequada**, ou seja, que "t" traduza uma sentença logicamente verdadeira numa fórmula demonstrável da linguagem do sistema formal.

Conforme ÄQVIST (01:639), nos sistemas clássicos de lógica deôntica esta adequação não se dá[3], gerando situações conflitantes que se denominam Paradoxos da Obrigação Derivada de Prior.

Von Wright em 1956 construiu sistemas de lógica deôntica diádica como forma de evitar os paradoxos, mas alguns deles ainda persistem. Além dos trabalhos de Von Wright, ÄQVIST (01:605-714) apresenta (ou faz referência) as contribuições de W.H. Hanson (1966), A.R. Anderson (1956), R. Hilpinen (1971), H.N. Castañeda (1981), Van Frassen (1972), J. Hintikka (1971) e outros, para a lógica deôntica. Contribuições mais recentes são dadas por Werner Stelzner (1992) e Cláudio Pizzi[4] (1991, 1993). Os sistemas de lógica deôntica paraconsistentes construídos por L. Z. Puga (1985) constituíram uma motivação para a formulação de A. M. P. Cruz (1993) de sistemas de lógica deôntica monádica e diádica paraconsistente com a mesma pretensão de Von Wright. No entanto, um dos paradoxos, mais precisamente aquele gerado pela fórmula $OB \rightarrow O(A \rightarrow B)$ não é evitado nestes sistemas.

Em alguns sistemas de lógica relevante como o sistema **E** de ANDERSON e BELNAP (02:30), a fórmula $B \rightarrow (A \rightarrow B)$ não é demonstrável. Tal fato sugere que a fórmula deôntica acima citada também não o seja, numa lógica deôntica relevante.

O aspecto não extensional da "$\rightarrow$" relevante e dos operadores deônticos foi um outro fator que contribuiu para o tratamento dos paradoxos em lógica deôntica relevante.

## 2. A lógica relevante

A lógica deôntica relevante introduzida por Ackermann (1956) e desenvolvida principalmente por ANDERSON e BELNAP (02:05) tem como programa a análise formal da noção de implicação lógica, geralmente associada a "acarretamento" e expressa em locuções lógicas como "se ... então...", "implica", etc.

De acordo com DA COSTA (07:152), "a lógica relevante tenta estabelecer as condições necessárias e suficientes para afirmar-se que um enunciado A implica um enunciado B".

Os principais sistemas relevantes propostos por ANDERSON e BELNAP são o E e o R que foram formulados de acordo com a seguinte lista de postulados:

A1. $((A \rightarrow A) \rightarrow B) \rightarrow B$
A2. $(A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C))$
A3. $(A \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow (A \rightarrow B)$
A4. $A \wedge B \rightarrow A$
A5. $A \wedge B \rightarrow B$
A6. $((A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow (B \wedge C))$

A7. $(((A \to A) \to A) \wedge ((B \to B) \to B)) \to (((A \wedge B) \to (A \wedge B)) \to (A \wedge B))$
A8. $A \to A \vee B$
A9. $B \to A \vee B$
A10. $((A \to C) \wedge (B \to C)) \to ((A \vee B) \to C)$
A11. $(A \wedge (B \vee C)) \to ((A \wedge B) \vee C)$
A12. $(A \to {\sim}A) \to {\sim}A$
A13. $(A \to {\sim}B) \to (B \to {\sim}A)$
A14. ${\sim\sim}A \to A$
A15. $A \to ((A \to A) \to A)$

No sistema E os axiomas são: A1 - A14.
No sistema R os axiomas são: A1 - A15.
Para ambos, as regras são: $\to$E: de $A \to B$ e A infere-se B
$\wedge$I: de A e B infere-se $A \wedge B$.

No sistema **E**, a implicação $A \to B$ deve satisfazer a duas condições que se denominam condição de relevância e condição de necessidade que podem ser resumidas da seguinte forma:

1. relevância: Se $A \to B$ é demonstrável, então A e B têm pelo menos uma variável proposicional em comum;
2. necessidade: Se $A \to B$ é verdadeira, então ela o é necessariamente, pois depende de fatores lógico-formais.

Em R, somente a condição de relevância é considerada. Em E define-se "A é necessário" (que escrevemos $\Box A$) como sendo a abreviação de $(A \to A) \to A$. O sistema R é obtido de E por acréscimo do Axioma $A \to ((A \to A) \to A)$. Deste modo, obtém-se $A \to \Box A$ (por substituição), donde se conclui que neste sistema não há distinção entre verdade e verdade necessária.

ANDERSON e BELNAP (02:349) apresenta várias considerações segundo as quais o sistema R é interessante ou mais interessante que outros sistemas relevantes. A mais importante a ser mencionada é que ..."R ou seus fragmentos têm múltiplas conexões com vários aspectos da lógica: semânticas no estilo Kripke, formulação no estilo Gentzen e dedução natural, semânticas algébricas, etc".

Considerando que necessitamos de um sistema que não demonstre fórmulas do tipo $A \to (B \to A)$ que são geradoras de paradoxos, o sistema R não é interessante para o nosso propósito. O sistema E apresenta-se mais adequado.

## 3. A lógica deôntica relevante

Construímos um sistema de lógica deôntica relevante acrescentando o símbolo **O** (obrigatório) aos símbolos primitivos do sistema **E** e acrescentando os postulados que regem este símbolo. Denominamos o novo sistema de $\mathbf{E_o}$.

### 1. Linguagem e Axiomática de $\mathbf{E_o}$

1. Símbolos lógicos: $\sim, \wedge, \vee, \to$, O.
2. Variáveis proposicionais: um conjunto infinito enumerável de variáveis proposicionais.
3. Símbolos auxiliares: ( ) (parênteses).

DEFINIÇÃO 1. (de fórmula proposicional e fórmula deôntica).

1. Se A é uma variável proposicional, então A é uma fórmula proposicional;
2. Se A e B são fórmulas proposicionais, então $\sim A$, $A \wedge B$, $A \vee B$ e $A \to B$ são fórmulas proposicionais;
3. Se A é uma fórmula proposicional, OA é uma fórmula deôntica;
4. Se A é uma combinação booleana de fórmulas deônticas, então A é uma fórmula deôntica;

5. Se A é uma combinação booleana de fórmulas proposicionais com fórmulas deônticas, então A é uma fórmula deôntica;
6. Somente as fórmulas permitidas por (1) e (2) são fórmulas proposicionais e somente as fórmulas permitidas por (3), (4) e (5) são fórmulas deônticas.

DEFINIÇÃO 2. (de outros símbolos)[5]:

| | |
|---|---|
| $PA =_{def} \sim O \sim A$ | (PA: permitido A) |
| $FA =_{def} O \sim A$ | (FA: proibido A) |
| $IA =_{def} PA \wedge P \sim A$ | (IA: indiferente A) |

Postulados de $E_o$ (axiomas e regras de inferência):

A1. $((A \rightarrow A) \rightarrow B) \rightarrow B$
A2. $(A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C))$
A3. $(A \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow (A \rightarrow B)$
A4. $A \wedge B \rightarrow A$
A5. $A \wedge B \rightarrow B$
A6. $((A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow (B \wedge C))$
A7. $(((A \rightarrow A) \rightarrow A) \wedge ((B \rightarrow B) \rightarrow B)) \rightarrow (((A \wedge B) \rightarrow (A \wedge B)) \rightarrow (A \rightarrow B))$
A8. $A \rightarrow A \vee B$
A9. $B \rightarrow A \vee B$
A10. $((A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \vee B) \rightarrow C)$
A11. $(A \wedge (B \vee C)) \rightarrow ((A \wedge B) \vee C)$
A12. $(A \rightarrow \sim A) \rightarrow \sim A$
A13. $(A \rightarrow \sim B) \rightarrow (B \rightarrow \sim A)$
A14. $\sim\sim A \rightarrow A$
A15. $OA \rightarrow A$
A16. $O(A \rightarrow B) \rightarrow (OA \rightarrow OB)$

R1. ($\rightarrow$E): De $A \rightarrow B$ e A infere-se B
R2. ($\wedge$I): De A e B infere-se $A \wedge B$
R3. Regra de Gödel ou O-necessitação: Se $\vdash A$, então $\vdash OA$.

O símbolo "$\rightarrow$" é a **implicação relevante** que satisfaz as condições expressas anteriormente.

Outros sistemas deônticos relevantes podem ser obtidos a partir do sistema E, seja por privilegiar **P** (permitido) como operador primitivo, ou por acrescentar outros postulados para **O** (obrigatório). No sistema $E_o$, os axiomas A15 e A16 e a Regra de O-necessitação constituem a contraparte modal do sistema, que se assemelha (pelo menos no aspecto sintático) àquela contraparte do sistema modal alético T proposto por Robert Feys (1937) e representam normas ideais para o operador **O**[6] .

## 2. Conseqüência sintática

DEFINIÇÃO 3. (de uma prova que A implica B): Uma prova que $A_1, \ldots, A_n$ implica(m) B consiste de uma lista L de fórmulas-bem-formadas $S_1, \ldots, S_m$, $Sm = B$, tal que, cada uma das quais, ou
(a) é uma das premissas $A_1, \ldots, A_n$, ou,
(b) é um axioma, ou,
(c) é uma conseqüência de fórmulas anteriores por aplicações de regras de inferência, tal que L satisfaz as condições (i) e (ii) a seguir:
( i ) asteriscos (*)[7] podem ser prefixados para os passos $S_1, \ldots, S_m$, da prova, satisfazendo as seguintes regras.

(a) Se $S_i$ é uma premissa, então S está com asterisco.

(b) Se $S_i$ é um axioma que não é uma premissa, então S não está com asterisco.

( c) Se $S_i$ é uma conseqüência de $S_j$ e $S_j \rightarrow S_i$ por uma aplicação de $\rightarrow$E, então $S_i$ está com asterisco se pelo menos uma de $S_j$ e $S_j \rightarrow S_i$ está com asterisco, e de outro modo não está com asterisco.

(d) Se $S_i$ é uma conseqüência de $S_j$ e $S_k$ por uma aplicação de $\wedge I$, então se $S_j$ e $S_k$ estão com asteriscos, então $S_i$ está com asterisco, e se nenhuma delas está com asterisco, então $S_i$ não está com asterisco.

(ii) Em conseqüência de (i), o passo final $S_m$ ( = B) está com asterisco.

A noção de **teorema** é definida de modo usual.

É importante mostrar que as condições de relevância e de necessidade do sistema **E** valem em $\mathbf{E_0}$. Para isto enunciamos o lema abaixo:

DEFINIÇÃO 4. (de extensão conservativa): Um sistema K' é uma extensão conservativa de um sistema K se e somente se cada fórmula A da linguagem de K que é teorema em K', é teorema em K.

LEMA 1: $E_0$ é uma extensão conservativa de E.

Demonstração: Imediata pela análise dos postulados A1-A13 e R1 e R2.

Como conseqüência do Lema 1, a definição de "uma prova que A implica B" em $E_0$ é dada acrescentando à definição dada acima, a seguinte cláusula.

e) Se $S_i$ é uma conseqüência de $S_j$ por uma aplicação de O-necessitação, então se $S_j$ está com asterisco, então $S_i$ está com asterisco.

Enunciamos a seguir teoremas do sistema E. O primeiro deles é um **teorema da dedução** apropriado para E.

TEOREMA 2. (Teorema da Implicação): Se existe uma prova em E que $A_1, \ldots, A_n$ implica(m) B, então $(A_1 \wedge \ldots \wedge A_n) \rightarrow B$ é demonstrável em E.

TEOREMA 3. Se $A \rightarrow B$ é demonstrável em E, então A e B compartilham alguma variável proposicional.

Demonstração: Para essa demonstração utilizamos as matrizes apresentadas em ANDERSON e BELNAP (02:33).

TEOREMA 4: Se A é teorema de E, então para cada atribuição de valores para as variáveis em A, $v(A) \geq +1$ (onde $v(A)$ é o valor assumido por A para uma atribuição de valores a suas variáveis proposicionais).

Para demonstrar o Teorema 4, utilizamos as seguintes matrizes apresentadas em ANDERSON e BELNAP (02:238-9)[8].

| ~ | -5 | -4 | -3 | -2 | -1 | +1 | +2 | +3 | +4 | +5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | +5 | +4 | +3 | +2 | +1 | -1 | -2 | -3 | -4 | -5 |

| ∧ | -5 | -4 | -3 | -2 | -1 | +1 | +2 | +3 | +4 | +5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| -5 | -5 | -5 | -5 | -5 | -5 | -5 | -5 | -5 | -5 | -5 |
| -4 | -5 | -4 | -4 | -4 | -4 | -5 | -4 | -4 | -4 | -4 |
| -3 | -5 | -4 | -3 | -3 | -3 | -5 | -4 | -3 | -3 | -3 |
| -2 | -5 | -4 | -3 | -2 | -2 | -5 | -4 | -3 | -2 | -2 |
| -1 | -5 | -4 | -3 | -2 | -1 | -5 | -4 | -3 | -2 | -1 |
| +1 | -5 | -5 | -5 | -5 | -5 | +1 | +1 | +1 | +1 | +1 |
| +2 | -5 | -4 | -4 | -4 | -4 | +1 | +2 | +2 | +2 | +2 |
| +3 | -5 | -4 | -3 | -3 | -3 | +1 | +2 | +3 | +3 | +3 |
| +4 | -5 | -4 | -3 | -2 | -2 | +1 | +2 | +3 | +4 | +4 |
| +5 | -5 | -4 | -3 | -2 | -1 | +1 | +2 | +3 | +3 | +5 |

| ∨ | -5 | -4 | -3 | -2 | -1 | +1 | +2 | +3 | +4 | +5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| -5 | -5 | -4 | -3 | -3 | -1 | +1 | +2 | +3 | +4 | +5 |
| -4 | -4 | -4 | -3 | -2 | -1 | +2 | +2 | +3 | +4 | +5 |
| -3 | -3 | -3 | -3 | -2 | -1 | +3 | +3 | +3 | +4 | +5 |
| -2 | -2 | -2 | -2 | -2 | -1 | +4 | +4 | +4 | +4 | +5 |
| -1 | -1 | -1 | -1 | -1 | -1 | +5 | +5 | +5 | +5 | +5 |
| +1 | +1 | +2 | +3 | +4 | +5 | +1 | +2 | +3 | +4 | +5 |
| +2 | +2 | +2 | +3 | +4 | +5 | +2 | +2 | +3 | +4 | +5 |
| +3 | +3 | +3 | +3 | +4 | +5 | +3 | +3 | +3 | +4 | +5 |
| +4 | +4 | +4 | +4 | +4 | +5 | +4 | +4 | +4 | +4 | +5 |
| +5 | +5 | +5 | +5 | +5 | +5 | +5 | +5 | +5 | +5 | +5 |

| $\rightarrow$ | -5 | -4 | -3 | -2 | -1 | +1 | +2 | +3 | +4 | +5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| -5 | +2 | +2 | +2 | +2 | +2 | +2 | +2 | +2 | +2 | +2 |
| -4 | -5 | +2 | +2 | +2 | +2 | -5 | +2 | +2 | +2 | +2 |
| -3 | -5 | -5 | +2 | +2 | +2 | -5 | -5 | +2 | +2 | +2 |
| -2 | -5 | -5 | -5 | +2 | +2 | -5 | -5 | -5 | +2 | +2 |
| -1 | -5 | -5 | -5 | -5 | +1 | -5 | -5 | -5 | -5 | +2 |
| +1 | -5 | -4 | -4 | -4 | -4 | +1 | +2 | +2 | +2 | +2 |
| +2 | -5 | -4 | -4 | -4 | -4 | -5 | +2 | +2 | +2 | +2 |
| +3 | -5 | -5 | -4 | -4 | -4 | -5 | -5 | +2 | +2 | +2 |
| +4 | -5 | -5 | -5 | -4 | -4 | -5 | -5 | -5 | +2 | +2 |
| +5 | -5 | -5 | -5 | -5 | -5 | -5 | -5 | -5 | -5 | +2 |

COROLÁRIO 5. (Teorema da Implicação) Se existe uma prova em $E_o$ que $A_1, \ldots, A_n$ implica(m) B, então $(A_1 \wedge \ldots \wedge A_n) \rightarrow B$ é demonstrável em $E_o$.

COROLÁRIO 6. Se $A \rightarrow B$ é demonstrável em $E_o$, então A e B compartilham alguma variável proposicional.

Demonstração: Conseqüência imediata do Lema 1.

COROLÁRIO 7: Se A é teorema de $E_o$, então para cada atribuição de valores para as variáveis em A, $v(A) \geq +1$ (onde $v(A)$ é o valor assumido por A para uma atribuição de valores a suas variáveis).
Demonstração: Acrescentamos uma matriz para o conectivo **O** (obrigatório) e fazemos uma prova por indução no comprimento n da prova de A.
Seja a matriz:

| A | -5 | -4 | -3 | -2 | -1 | +1 | +2 | +3 | +4 | +5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| OA | -5 | -5 | -3 | -2 | -1 | +1 | +2 | +3 | +4 | +5 |

Base: n = 1. Neste caso A é um axioma. Se A é um dos axiomas de A1 - A14, então $v(A) \geq +1$, pelo Teorema 3, considerando que segundo ANDERSON e BELNAP (02:239) "... as matrizes satisfazem E". Se A é o axioma A15 ou A16, obtemos $v(A) \geq +1$[9].
Passo indutivo: n > 1. Neste caso precisamos provar que o corolário vale quando:

(a) A vem de fórmulas anteriores por R1;
(b) A vem de fórmulas anteriores por R2;
(c) A vem de fórmulas anteriores por R3 (O-necessitação).

(a) Se $v(B \rightarrow A) \geq +1$ e $v(B) \geq +1$, então $v(A) \geq +1$, pela matriz do "$\rightarrow$"
(b) Se $v(C) \geq +1$ e $v(B) \geq +1$, então $v(C \wedge B) \geq +1$, pela matriz do "$\wedge$".
(c) Se $v(B) \geq +1$, $v(OB) \geq +1$, pela matriz do "O"

Logo, dado que a propriedade vale para os axiomas e é preservada pelas regras de inferência, então por indução no comprimento da prova de A, ela vale para todos os teoremas de $E_o$.
TEOREMA 8. Em $E_o$ não são teoremas as fórmulas:

1. $A \rightarrow OA$
2. $O(A \wedge \sim A) \rightarrow OB$ ( expressa a trivialização do sistema pelo dilema deôntico)
3. $\sim A \rightarrow (A \rightarrow OB)$ (Paradoxo de Prior)
4. $OB \rightarrow (A \rightarrow OB)$ (Paradoxo de Prior)
5. $O\sim A \rightarrow O(A \rightarrow B)$ (Paradoxo de Prior)
6. $OB \rightarrow O(A \rightarrow B)$ (Paradoxo de Prior)

Demonstração: Cada uma das fórmulas acima apresenta valor menor que 1 (um) para pelo menos uma atribuição de valores, conforme mostramos a seguir:
1. $v(A \rightarrow OA) = -5$, quando , $v(A) = -4$.
2. $v(O(A \wedge \sim A) \rightarrow OB)) < 1$, quando $v(A) = -3$ e $v(B) = -5$.
3. $v((\sim A \rightarrow (A \rightarrow OB)) < 1$, quando $v(A) = +2$ e $v(B) = -4$.
4. $v(OB \rightarrow (A \rightarrow OB)) < 1$, quando $v(A) = -1$ e $v(B) = -3$.
5. $v(O\sim A \rightarrow O(A \rightarrow B)) < 1$, quando $v(A) = +1$ e $v(B) = -4$.
6. $v(OB \rightarrow O(A \rightarrow B)) < 1$, quando $v(A) = -3$ e $v(B) = +2$
Portanto, pelo Corolário 7, nenhuma delas é teorema de $E_o$.

## Conclusão

De acordo com Teorema 8, temos os seguintes resultados:

1. A indemonstrabilidade da fórmula (1) expressa que o sistema $E_0$ não colapsa no sistema relevante E.
2. A indemonstrabilidade da fórmula (2) expressa que o sistema $E_0$ não é trivializável pelo dilema deôntico.
3. A indemonstrabilidade das fórmulas (3), (4), (5) e (6) mostra que os Paradoxos de Prior são evitados em $E_0$.

NOTAS

[1] Trabalho apresentado no 2nd Workshop on Logic, Language, Information and Computation (WOLLIC'95). Iniciamos nossa investigação sobre os Paradoxos Deônticos em 1992, quando da elaboração da Dissertação de Mestrado sob a orientação dos Professores Elias Humberto Alves (UNESP / MARÍLIA) e José Eduardo de Almeida Moura (UFRN).

[2] O critério de "verdade lógica" utilizado é o critério de Bolzano (Äqvist, 01:634): uma sentença a é logicamente verdadeira se e somente se (i) a é verdadeira e (ii) cada resultado de substituir uniformemente uma sentença do fragmento por qualquer outra sentença em a , é verdadeira também.

[3] Sentenças que não são logicamente verdadeiras traduzem-se em fórmulas demonstráveis dos sistemas formais.

[4] Cláudio Pizzi, da Universidade de Siena (Itália), deu um tratamento aos paradoxos utilizando outro tipo de implicação, diferente da implicação relevante, publicado no Notre Dame Journal of Formal Logic, v. 32, p. 618-636, 1991 e v. 34, p. 621-624, 1993, conforme correspondência mantida com o mesmo.

[5] Cf. ANDERSON e BELNAP (02:111, 232-3), o símbolo "$\Leftrightarrow$" não é um conectivo. É um símbolo metalinguístico e $A \Leftrightarrow B$ significa que $A \rightarrow B$ e $B \rightarrow A$.

[6] É possível estabelecer algumas relações entre o sistema E e o sistema T apresentado em HUGHES e CRESSWELL (10:30). e, conseqüentemente

entre $E_o$ e T. No entanto, não nos deteremos nestas relações neste trabalho.

[7] Uma fórmula-bem-formada $S_i$ está com asterisco, se $S_i$ é relevante para $S_m$ = B.

[8] Em ANDERSON e BELNAP (02:239) é deixada ao leitor a demonstração desta proposição com as matrizes sugeridas. Entretanto, após a realização de alguns testes procedimentais observamos que as matrizes não verificam os Axiomas A9 e A11. O axioma A9. $B \rightarrow (A \vee B)$ apresenta valor -5 para a seguinte atribuição de valores: $v(A) = -5$ e $v(B) = -2$. O axioma A11. $(A \wedge (B \vee C)) \rightarrow ((A \wedge B) \vee C)$ apresenta valor -5 para as seguintes atribuições de valores: i) $v(A) = -2$, $v(B) = 1$ e $v(C) = -2$, ii) $v(A) = -1$, $v(B) = 1$ e $v(C) = -2$. Conforme **nota 1**, apresentamos este resultado no WOLLIC'95 onde os participantes não manifestaram o conhecimento de qualquer indicação anterior de que haveria alguma falha técnica ou de outra natureza nestas matrizes. Após aquele Congresso, estivemos investigando em várias fontes, alguma referência a tal falha, mas até o presente momento não conseguimos nenhuma informação sobre ela.

[9] O resultado do axioma A15 é uma tabela com 10 (dez) linhas, facilmente obtida a partir das matrizes do "$\rightarrow$"e do **O** (obrigatório). O resultado do axioma A16 é uma tabela com 100 (cem) linhas obtida com as mesmas matrizes acima citadas. A dimensão desta última tabela inviabiliza a sua apresentação neste trabalho.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS


01. ÄQVIST, L. Deontic Logic. In GABBAY, D. & GUENTHNER, F. *Handbook of philosophical logic.* Holanda: D. Reidel Publishing Company, v.2, p. 605-714, 1984.
02. ANDERSON, A.R. & BELNAP, N.D. *Entailment: The logic of relevance and necessity. v. I.* Princeton: University Press, 1975.
03. ANDERSON, A.R. & BELNAP, N.D. *Entailment: The logic of relevance and necessity.* v. II. Princeton: University Press, 1992.

04. AVRON, A. Whither Relevance Logic? . *Journal of Philosophical Logic*. v.21. n. 3, p. 243-281, 1992.

05. BRADY, R.T. Hierarchical Semantics for Relevant Logics. *Journal of Philosophical Logics*. v.21, p. 357-374, 1992.

06. CRUZ, A.M.P. *Sobre a lógica deôntica paraconsistente: paradoxos e dilemas*. João Pessoa: UFPB, 1993 (Dissertação de Mestrado).

07. DA COSTA, N. C. A.. *Ensaio sobre os fundamentos da lógica*. São Paulo: Hucitec, 1980.

08. DOSEN, Kosta. The First Axiomatization of Relevant Logic. *Journal of Philosophical Logic*. v. 21, n. 4, p. 339-356, 1992.

09. FRIEDMAN, H. & MEYER, R.K. Whither Relevant Arithmetic? *The Journal of Symbolic Logic*. v.57. n. 3, p.826-831, 1992.

10. HUGHES, G.E. & CRESSWELL, M.J. An Introduction to Modal Logic. London: Methuen, 1968.

11. ORLOWSKA, E. Relational Proof System for Relevant Logics. *The Journal of Symbolic Logic*. v.57. n.4, 1992.

12. PUGA, L.Z. Uma Lógica do Querer: Preliminares sobre um Tema de Mally. São Paulo: PUC, 1985. (Tese de Doutorado).

13. RESTALL, G. Simplified Semantics for Relevant Logics (and some of their rivals). *Journal of Philosophical Logic*. v. 22, p. 481-511, 1993.

14. STANLEY, J. K. & MEYER, R.K. A structurally Complete Fragment of Relevant Logic. *Notre Dame Journal of Formal Logic*. v. 33. n. 4, p. 561-566, 1992.

15. STELZNER, W. Relevant Deontic Logic. *Journal of Philosophical Logic*. v.21. n. 2, p. 193-216, 1992.

16. SYLVAN, R. Process and Action: Relevant Theory and Logics. *Studia Logica*. v.51. s/n, p. 379-437, 1992.