

Extração de informações cartográficas planimétricas pela transformação linear direta com emprego de imagem obtida por aeronave remotamente pilotada

Extraction of planimetric cartographic information by direct linear transformation with singular image obtained by remotely piloted aircraft

Jorge Felipe Euriques¹; Edson Aparecido Mitishita²; Vinicius Gustavo Razoto³; Claudia Pereira Krueger⁴; Luís Augusto Koenig Veiga⁵

¹ Universidade Federal do Paraná (UFPR), Curitiba/PR, Brasil. Email: jorge.euriques@ufpr.br

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9234-7551>

² Universidade Federal do Paraná (UFPR), Curitiba/PR, Brasil. Email: mitishita@ufpr.br

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1717-7657>

³ Universidade Federal do Paraná (UFPR), Curitiba/PR, Brasil. Email: vrazoto@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3566-980X>

⁴ Universidade Federal do Paraná (UFPR), Curitiba/PR, Brasil. Email: ckrueger@ufpr.br

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4839-131>

⁵ Universidade Federal do Paraná (UFPR), Curitiba/PR, Brasil. Email: kngveiga@ufpr.br

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4026-5372>

Resumo: Tradicionalmente na Fotogrametria a extração de informações cartográficas tridimensionais envolve o uso de no mínimo duas imagens. O uso de uma imagem pode-se obter apenas informações planimétricas, porém, dados de altimetria externos são necessários. A modelagem destas informações pode ser feita rigorosamente através das Equações de Colinearidade (CLN), que requer o uso de parâmetros de calibração da câmera e tratamento dos erros sistemáticos. Alternativamente, transformações generalizadas como a Direct Linear Transform (DLT) podem ser usadas. Neste trabalho apresenta-se um estudo que avaliou o desempenho da DLT frente às CLN na extração de informações cartográficas com o uso de uma imagem obtida por câmera de baixo custo acoplada a uma aeronave remotamente pilotada. Para isto um algoritmo foi implementado em Matlab. Obtiveram-se valores máximos de discrepância planimétrica em torno de 0,80 m para ambas as modelagens. O RMSE das discrepâncias planimétricas foi de 0,53 m pelas CLN e 0,56 m pela DLT. Avaliou-se o Padrão de Exatidão Cartográfica para Produtos Cartográficos Digitais (PEC-PCD), enquadrando-se na Classe A pelas CLN e B pela DLT, na escala 1:10000. A DLT apresentou eficiência de 90% na obtenção de coordenadas em relação às CLN, tendo vantagens operacionais, além de não requerer parâmetros da câmera, o que amplia a possibilidade do emprego de equipamentos de baixo custo.

Palavras-chave: RPA; DLT; Equações de Colinearidade.

Abstract: Traditionally in Photogrammetry, the extraction of three-dimensional cartographic data involves the use of two images at least. With a singular image it is possible to obtain only planimetric information, however, external altimetry data is necessary for the execution of the process. The modeling of these informations is done rigorously by the Collinearity Equations (CLN) which assumption the use of camera calibration parameters and the treatment of systematic errors. Alternatively, generalized transformations such as Direct Linear Transform (DLT) can be used, simplifying the process. An investigation was developed aiming to verify the performance of the DLT and CLN models in extracting cartographic information using a single image. For this, an algorithm was implemented in Matlab. The image was obtained by a low-cost camera attached to a remotely piloted aircraft. Maximum discrepancy values around 0.80 m were obtained for planimetric values for both models. The RMSE for planimetric discrepancies was 0.53 m by CLN, and 0.56 m by DLT. The Cartographic Accuracy Standard for Digital Cartographic Products (PEC-PCD) was evaluated classifying in Class A by CLN and B by DLT, in the scale 1: 10000. DLT showed 90% efficiency in relation to rigorous formulation and operational advantages, in addition to not requiring camera parameters, which increases the possibility of using low-cost equipment.

Keywords: RPA; DLT; Collinearity Equations.

1. Introdução

Desde o início das civilizações a representação de objetos e de feições cartográficas sempre foi necessária, por exemplo, para a delimitação dos limites de propriedades, localização ou navegação (GHILANI; WOLF, 2008). Com o tempo, informações geoespaciais se tornaram base para inúmeras aplicações, pois envolvem o referenciamento unívoco de posições sobre a superfície da Terra (AWANGE; KYALO KIEMA, 2013). Estas aplicações requerem diferentes níveis de precisão, que podem ser obtidos em função da combinação de diferentes métodos, técnicas e equipamentos. Esta combinação deverá ser escolhida visando a obtenção de uma solução otimizada, considerando a relação de custo-benefício. Dentre os métodos de aquisição de dados, a Fotogrametria é a ciência que permite restituir informações cartográficas da superfície física (espaço objeto), a partir de imagens (espaço imagem), sem o contato físico direto com o objeto ou alvo de interesse (COELHO; BRITO, 2007).

Tradicionalmente a extração de informações tridimensionais na Fotogrametria se dá mediante restituição com o uso de no mínimo duas imagens (par estereoscópico). Nestes casos a visão estereoscópica possibilita corrigir o deslocamento da imagem provocado pela variação da altura dos objetos na projeção central (ABREU; ANTUNES, 2017). Atualmente as estratégias de processamento advêm da visão computacional, como por exemplo, o SIFT (*Scale Invariant Feature Transform*) e o SfM (*Structure from Motion*), que viabilizam o mapeamento tridimensional mesmo com o uso de um conjunto de imagens monoculares, tomadas de diferentes posições e orientações, mas redundantes em recobrimento da região de interesse (CHENG; MATSUOKA, 2021).

A extração de informações métricas com uso de apenas uma imagem (monorrestituição) foi proposta por Makarovik (1973). De acordo com Mitishita (1997), este procedimento possibilita o mapeamento planimétrico, e a falta de visão estereoscópica é compensada com a adição de dados altimétricos provenientes de uma fonte externa, como modelos digitais de elevação ou nuvens de pontos provenientes de sensores de varredura laser. Apesar de algumas vantagens, como o mapeamento digital a custo reduzido e facilidades operacionais, a monorrestituição teve poucas aplicações práticas devido às limitações, principalmente computacionais, provenientes da baixa capacidade de processamento e armazenamento (SOUZA; CENTENO, 2014).

O modelo matemático com maior rigor físico empregado na Fotogrametria, considerando a geometria projetiva na tomada de imagens, é baseado na condição de colinearidade entre um ponto (P) situado na superfície física, o centro perspectivo (CP) do sistema de lentes da câmera e o ponto homólogo representado na imagem (p') (MIKHAIL; BETHEL; MCGLONE, 2001).

Em termos práticos, a condição de colinearidade não ocorre devido à influência de erros sistemáticos, como distorções no sistema de lentes, refrações fotogramétricas e deformações relacionadas ao sensor, os quais afetam a propagação do raio de luz, deslocando o ponto-imagem (MITISHITA, 1997). Parte destes erros é parametrizada através do processo de calibração da câmera, que permite determinar os parâmetros de orientação interior (POI) da câmera (YUSOFF et al., 2017). Nesta abordagem deve-se considerar a determinação dos parâmetros de orientação exterior (POE) que caracterizam a posição (X_0, Y_0, Z_0), e a orientação em termos da atitude (ω, ϕ, κ) da câmera no instante de aquisição da imagem (KIRCHHÖFER et al., 2012).

A modelagem baseada na condição de colinearidade ainda requer transformações no espaço imagem visando converter as coordenadas da imagem para o referencial fotogramétrico (WOLTER, 2000). Neste referencial os POI e POE possibilitam o reestabelecimento da geometria projetiva da tomada da imagem (MITISHITA; SARAIVA; MACHADO, 2003). No caso de uma imagem digital as medidas dos pontos na imagem, são adquiridas no referencial digital (coluna, linha), sendo necessárias três transformações: 1) referencial digital para o referencial milimétrico; 2) referencial milimétrico para o referencial fotogramétrico com distorções; 3) referencial fotogramétrico com distorções para referencial fotogramétrico sem distorções.

De acordo com Debiasi, Souza e Mitishita (2011), modelos matemáticos generalizados podem ser empregados na extração de informações métricas. Estes modelos não descrevem fisicamente a geometria de aquisição da imagem, contudo, se apresentam como soluções simplificadas. Dentre estes modelos pode-se citar a Transformação Linear Direta (*Direct Linear Transformation* - DLT) que é um modelo generalizado desenvolvido por Abdel-Aziz; Karara (1971). Esta transformação é a combinação da transformação Afim Geral no plano com as equações de colinearidade (ABREU; ANTUNES, 2017).

As últimas décadas foram marcadas por desenvolvimentos computacionais significativos que proporcionaram o barateamento de equipamentos e em consequência, o desenvolvimento de sistemas de aquisição de baixo custo que abriram e ainda abrem espaço para a automação e aprimoramento de processos em diferentes áreas do conhecimento. Na Fotogrametria sua aplicação atualmente vai além da tradicional demanda por dados cartográficos, como nas indústrias

ferroviárias (SONI et al., 2015), petroleira (HOU et al., 2014) e de equipamentos (GRANSHAW et al., 2017); patrimônio cultural (KIRCHHÖFER et al., 2012); antropologia e temas correlatos, como arqueologia, paleontologia (LUSSU; MARINI, 2020); investigações forenses (LEIPNER et al., 2019); e medicina (PIVOTTO; NAVARRO; CANDOTTI, 2021).

Ainda no âmbito da Fotogrametria, estes avanços possibilitaram a automação na obtenção de informações altimétrica, como através do Lidar (*Light Detection And Ranging*, sistemas que utilizam laser para a determinação de coordenadas tridimensionais de pontos), têm viabilizado a extração de informações cartográficas com a restituição monocular. Evidencia-se também o advento dos sistemas relacionados às Aeronaves Remotamente Pilotados (*Remotely Piloted Aircraft* - RPA), que tem reduzido os custos operacionais e trazem inúmeras vantagens frente aos métodos fotogramétricos convencionais. Conforme Lobo et al. (2020), as RPA compreendem os Veículos Aéreos Não Tripulados (VANT), genericamente conhecidos como Drones, tendo-se um número superior a 75 mil RPA registrados na Agência Nacional de Aviação Civil do Brasil, dos quais 62% são para atividades profissionais. Entretanto, para os casos em que sensores de baixo custo são empregados, o que envolve grande parte dos sistemas RPA, a determinação dos parâmetros de calibração e de posição e orientação do sensor, de forma simultânea e em trabalho, pode ainda representar limitação em termos de acurácia física dos parâmetros que descrevem a geometria de formação da imagem, principalmente devido à quebra de correlações matemáticas entre esses parâmetros (YANAGI; CHIKATSU, 2015; ANDRADE, 1998). Ademais, a modelagem rigorosa deve considerar os parâmetros de montagem dos sensores que compõem os sistemas de aquisição fotogramétricos. Nestes casos, a DLT é uma das ferramentas alternativas à modelagem física, pois possibilita desconsiderar os POI e POE, bem como, reduzir as etapas do processo.

A principal vantagem da DLT é a possibilidade de sua aplicação sem o conhecimento prévio de informações acuradas dos sensores. Para imagens tomadas por Fotogrametria convencional, possibilita a extração de informações mesmo para imagens analógicas, desde que se tenha a disposição pelo menos seis pontos de apoio. Isto viabiliza, por exemplo, o resgate de informações históricas. Na Fotogrametria terrestre, a DLT é uma possibilidade no mapeamento de fachadas e monitoramento de deslocamento de massas (LIU; HUANG, 2016), podendo ainda ser expandida para emprego em imagens orbitais (MITISHITA; SARAIVA; MACHADO, 2003). Conforme El-Ashmawy (2018) esta transformação pode ser usada como alternativa no processo de calibração de câmeras (*self calibration*), pois, embora POE e POI tenham caráter físico, esses parâmetros podem ser modelados de forma implícita nas equações da DLT, podendo ser estimados através de formulação específica (DEBIASI, 2008). Além disso, a DLT vem sendo empregada na visão computacional, robótica e biomecânica (EL-ASHMAWY, 2018).

O escopo deste estudo consiste na avaliação do desempenho da DLT, frente às Equações de colinearidade, para extração de informações métricas a partir de uma imagem singular obtida por RPA.

2. Metodologia

Um algoritmo foi implementado no software Matlab (versão R2015a) visando a extração e comparação de informações planimétricas de uma imagem a partir de duas modelagens matemáticas: pelas equações de colinearidade (CLN), que têm rigor físico, contudo requerem pré-requisitos; e pela transformação DLT, generalizada, porém sem os pré-requisitos da modelagem física. As modelagens foram comparadas e avaliadas. Através de inferências estatísticas e os pontos de verificação pode-se estimar a exatidão das modelagens. Adicionalmente, elas foram avaliadas pelo padrão de exatidão cartográfica (PEC-PCD).

Neste algoritmo foram implementadas todas as etapas de cada modelagem. As configurações e dados de entrada do algoritmo são descritos nas seções 2.1 e 2.2. Nas seções 2.3 e 2.4 são apresentadas as formulações pelas modelagens CLN e DLT, respectivamente. A comparação e avaliação dos resultados também foi programada, à exceção da avaliação PEC-PCD, que foi feita externamente através de planilha de cálculos. Maiores detalhes são apresentados na seção 3.

2.1. Sensor imageador

A imagem digital selecionada (Figura 1) foi obtida por uma câmera fotográfica não métrica, modelo Nex-3 da fabricante Sony, sendo este um sensor imageador passivo no espectro do visível.

O sensor sólido desta câmera possui 3344 x 2224 pixels, sendo a dimensão de cada pixel de 0,007 mm. A câmera foi acoplada a uma plataforma RPA, e tomada com altura de voo de aproximadamente 300 metros. Na Tabela 1 são apresentados os parâmetros de Orientação Interior (POI) do sensor, obtidos do certificado de calibração.

Tabela 1 – Parâmetros de Orientação Interior do Sensor.

Parâmetro	Valor	Precisão
f	15,889 mm	0,006 mm
X _{pp}	0,175 mm	0,004 mm
Y _{pp}	-0,095 mm	0,004 mm
k ₁	-2,5484828e-04 mm	4,1836555e-06 mm
k ₂	1,4890137e-06 mm	2,5989988e-08 mm
k ₃	0,0	0,0
P ₁	-8.9210720e-05 mm	6,5845299e-06 mm
P ₂	-8.0052830e-05 mm	5,6423568e-06 mm

Fonte: Dos autores.

2.2. Pontos de apoio e de verificação

Utilizou-se um conjunto de doze pontos com coordenadas tridimensionais definidas em um sistema de referência topográfico local (precisão: σ_X , σ_Y , $\sigma_Z = 0,10$ m). Estes pontos provêm de um levantamento GNSS (*Global Navigation Satellite System*) efetuado na região de estudo, sendo selecionados os pontos melhor identificados na imagem. Seis destes pontos foram selecionados como pontos de apoio, sendo os demais adotados como pontos de verificação, portanto, não foram empregados nas modelagens. Optou-se por utilizar seis pontos de apoio, que equivale ao número mínimo necessário para a avaliação da modelagem DLT. Como a escolha dos pontos de apoio pode influenciar a qualidade dos produtos gerados (ZANETTI, 2017), uma seleção inicial de pontos considerando a melhor distribuição espacial ao longo da imagem, mostrada na Figura 1, foi efetuada visando minimizar a influência de erros randômicos (pontos 57, 84, 94, 108, 127 e 138). Embora diferentes configurações do conjunto de pontos tenham sido testadas nos processamentos, a configuração inicial foi mantida pois proporcionou melhores resultados. A nomenclatura dos pontos provêm do levantamento GNSS.

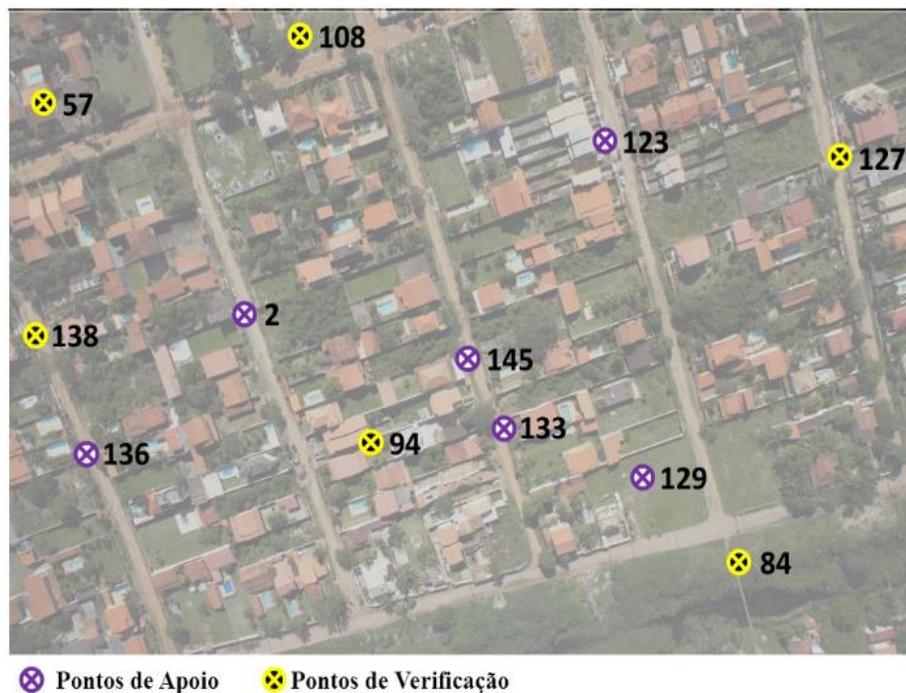


Figura 1 – Imagem Singular – Distribuição dos pontos de apoio (roxo) e de verificação (amarelo).

Fonte: Dos autores.

Através do programa MultiSpec (versão 2020.02.29) efetuou-se a leitura das coordenadas dos doze pontos na imagem (em pixels). Convencionou-se 1 pixel como a precisão destas leituras. Estas coordenadas no espaço imagem e no espaço objeto, bem como os parâmetros de calibração do sensor (para as CLN), foram usados como dados de entrada no algoritmo.

2.3. Modelagem Rigorosa: Equações de Colinearidade

A modelagem pelas CLN foi adotada para validar os resultados obtidos com a DLT. Nas seções a seguir (2.3.1 a 2.3.5) são apresentadas as etapas desta modelagem, envolvendo transformações entre referenciais (2.3.1 e 2.3.2); minimização dos erros sistemáticos relacionados ao processo (2.3.3); determinação dos POE (2.3.4); e a determinação das coordenadas planimétricas dos pontos de interesse (verificação) (2.3.5).

As transformações entre os referenciais são necessárias para compatibilizar o sistema de medidas (referencial digital) e o referencial fotogramétrico, ao qual devem estar referenciadas as coordenadas da imagem antes de se utilizar as equações de colinearidade, já que ele está relacionado a geometria projetiva da tomada da imagem (MITISHITA; OLIVAS, 2001).

2.3.1. Referencial Digital para Referencial Milimétrico

Os pontos medidos na imagem possuem coordenadas no referencial digital, coluna e linha (c_i, l_i), com i variando de 1 a 12 (número de pontos). Este sistema é caracterizado por um plano cartesiano bidimensional com origem no canto superior esquerdo (SCURI, 2002). Na direção horizontal a partir da origem, tem-se o acréscimo do número de colunas para a direita (eixo 0 - c). Na direção vertical, rotacionado em 90° a partir do eixo horizontal no sentido horário, tem-se o eixo 0 - l acrescido do número de linhas. As coordenadas do referencial digital são convertidas para o referencial milimétrico (x_{mm}, y_{mm}), através das Equações 1 e 2 (SANTOS, 2009):

$$x_{mm} = \frac{c - NTC - 1}{2} * Tp \quad (1)$$

$$y_{mm} = \frac{l - NTL - 1}{2} * Tp \quad (2)$$

em que: NTC , NTL , Tp denotam o número total de colunas (3344) e linhas (2224) do sensor e o tamanho do pixel (0,007 mm).

O referencial milimétrico é definido por um plano cartesiano bidimensional com origem no centro da imagem. O eixo 0 - x_{mm} é paralelo ao eixo 0 - c , e o eixo 0 - y_{mm} é perpendicular à 0 - x_{mm} com uma rotação de 90 graus a partir deste, caracterizando um sistema dextrogiro (SANTOS, 2009). Após a definição do referencial milimétrico, iniciou-se o processo de materialização do Referencial Fotogramétrico (seção 2.3.2).

2.3.2. Referencial Milimétrico para Referencial Fotogramétrico

O referencial fotogramétrico é um referencial do espaço imagem cartesiano tridimensional (x_p, y_p, z_p) com origem no CP. O eixo 0 - x_p é coincidente com a direção de voo. O plano $x_p y_p$ é perpendicular ao plano da imagem. O eixo 0 - z_p é coincidente com o eixo óptico da câmera cujo sentido torna o sistema dextrogiro. Conforme Mitishita (1997), para observações monoscópicas, z_p é constante e equivalente à distância focal da câmera.

A transformação entre estes referenciais se dá por meio de uma translação (Eq. 3 e 4) que representa a não coincidência entre a origem do referencial milimétrico com o Ponto Principal (PP), que é o ponto de interseção do prolongamento do eixo óptico da câmera com o plano da imagem (SANTOS, 2009).

$$x_p = x_{mm} - x_{PP} \quad (3)$$

$$y_p = y_{mm} - y_{PP} \quad (4)$$

Nas Equações 3 e 4, x_{pp} e y_{pp} são as coordenadas do PP, fornecidas no certificado de calibração da câmera. Com essa translação transforma-se as coordenadas no referencial digital em mm para o referencial fotogramétrico, obtendo-se coordenadas no aqui denominado referencial fotogramétrico com distorções. Essas coordenadas necessitam ainda serem corrigidas das distorções que afastam a condição de colinearidade ou a minimização de efeitos sistemáticos, para se ter as coordenadas no referencial fotogramétrico sem distorções (seção 2.3.3).

2.3.3. Transformação para o Referencial Fotogramétrico sem Distorções

A passagem das coordenadas do referencial fotogramétrico com distorções para o referencial fotogramétrico sem distorções se dá mediante a modelagem dos erros sistemáticos, por meio da qual são aplicadas correções às coordenadas dos pontos de interesse na imagem (MITISHITA; KIRCHNER, 2000). As formulações matemáticas geralmente utilizadas para estas correções são dadas pelas Equações (5) e (6):

$$x'_p = x_p - \delta_r x_p - \delta_d x_p \quad (5)$$

$$y'_p = y_p - \delta_r y_p - \delta_d y_p \quad (6)$$

em que: x'_p e y'_p são as coordenadas no referencial fotogramétrico sem distorções; r a correção da radial simétrica; d a correção da distorção descentrada.

À exceção do PP, todos os pixels sofrem distorções com magnitude diretamente relacionada com a distância a este ponto. Essas distorções afastam, na prática, a condição de colinearidade (teórica) existente entre o ponto objeto, o centro de projeção e o ponto imagem. De forma geral, as distorções causadas pelos sistemas de lentes são maiores e comumente conhecidas como distorções radial simétrica e descentrada. Conforme Zhou et al. (2013), estas distorções provêm de imperfeições no processo de fabricação e as correções são efetuadas mediante parâmetros calculados no processo de calibração (YANAGI; CHIKATSU, 2015)

Nesta pesquisa, de acordo com os valores obtidos no certificado de calibração da câmera, somente as distorções de lentes foram consideradas, pois como já mencionado, são as distorções mais significativas (YUSOFF et al., 2017). Adicionalmente, em aplicações de monorrestituição, devido as imprecisões causadas pelas interpolações altimétricas modelo digital do terreno (MDT), a correção dos erros sistemáticos pode ser simplificada (MITISHITA, 1997).

Concernente a simplificação de correção de distorções propostas, no caso da refração fotogramétrica ou atmosférica, proveniente das diferentes densidades do meio por onde o raio de luz se propaga, a modelagem do efeito não poderá ser realizada no processo de calibração da câmera com campo de prova terrestre, exigindo o emprego de índices de refração (AGRAFIOTIS; GEORGOPOULOS, 2015). A obtenção desses índices, no caso do uso da atmosfera real, é complexa e requer, por exemplo, informações de parâmetros ambientais e composicionais do meio no instante de aquisição da imagem, as quais não se tinha a disposição. Além disto, a altura média de voo foi significativamente baixa em relação a levantamentos fotogramétricos convencionais. Quanto à modelagem das deformações relativas ao sensor, é um procedimento importante na Fotogrametria por câmeras métricas analógicas, sendo efetuada pela transformação Afim Geral no plano, pela projetiva ou por transformações polinomiais (WOLTER, 2000). Na conjuntura atual da tecnologia, os sensores das câmeras digitais podem ser considerados rígidos, com distorções geométricas negligenciáveis (MERCHANT; CASTLEMAN, 2009).

2.3.3.1. Distorção Radial Simétrica

A distorção radial simétrica é a parcela não desejável de refração sofrida por um raio de luz ao atravessar a objetiva (ANDRADE, 1998), sendo altamente correlacionada a distância focal, e sua modelagem se dá pelas Equações 7, 8 e 9 (YANAGI; CHIKATSU, 2015):

$$\delta_r x_p = (k_1 r^3 + k_2 r^5 + k_3 r^7) x_p \quad (7)$$

$$\delta_r y_p = (k_1 r^3 + k_2 r^5 + k_3 r^7) y_p \quad (8)$$

$$r = \sqrt{x_p^2 + y_p^2} \quad (9)$$

Nestas equações k_1 , k_2 e k_3 são coeficientes determinados através de um processo de calibração da câmera, e r é a distância euclidiana entre um ponto considerado e o PP.

2.3.3.2. Distorção Descentrada

Esta distorção é proveniente da impossibilidade do alinhamento perfeito do eixo óptico das lentes que compõe a objetiva. É composta pelas distorções tangencial e radial assimétrica (ANDRADE, 1998). A modelagem desta distorção se dá pelas Equações 10 e 11 (LERMA; CABRELLES, 2007):

$$\delta_d x_p = P_1 (r^2 + 2x^2) + 2P_2 x_p y_p \quad (10)$$

$$\delta_d y_p = P_2 (r^2 + 2y^2) + 2P_1 x_p y_p \quad (11)$$

P_1 e P_2 são coeficientes determinados através de um processo de calibração da câmera.

2.3.4. Resseção Espacial

A resseção espacial refere-se ao processo de determinação dos POE de uma imagem (GEMAL; MACHADO; WANDRESEN, 2015). Tradicionalmente os POE são determinados indiretamente empregando-se pontos de controle e o método dos mínimos quadrados, utilizando como modelo matemático as equações de colinearidade na sua forma direta (Eq. 12 e 13). Alternativamente, podem ser determinados de forma direta no instante de aquisição quando se tem um sistema integrado de sensores de posicionamento por satélites e sistemas inerciais interligados ao sensor imageador (PEDROSA; SANTOS, 2020).

$$xp' = -f \frac{m_{11}(X - Xo) + m_{12}(Y - Yo) + m_{13}(Z - Zo)}{m_{31}(X - Xo) + m_{32}(Y - Yo) + m_{33}(Z - Zo)} \quad (12)$$

$$yp' = -f \frac{m_{21}(X - Xo) + m_{22}(Y - Yo) + m_{23}(Z - Zo)}{m_{31}(X - Xo) + m_{32}(Z - Yo) + m_{33}(Z - Zo)} \quad (13)$$

Nas equações 12 e 13, têm-se as medidas (coordenadas no referencial fotogramétrico sem distorções) em função dos parâmetros; X , Y , Z são as coordenadas de um ponto de apoio no referencial do espaço objeto; os elementos m_{11} a m_{33} representam os elementos da matriz de rotação que é definida com base nos ângulos de atitude do sensor; e f a distância focal (EL-ASHMAWY, 2015).

Empregou-se a determinação indireta através do método de ajustamento paramétrico com injunções para considerar a precisão dos pontos de apoio. Desta forma foram acrescentadas 18 equações de injunção (Eq. 14). Por se tratar de um ajustamento não linear, determinaram-se valores aproximados dos parâmetros, sendo os parâmetros definitivos calculados através de um processo iterativo. Na implementação desta etapa do algoritmo, baseou-se no algoritmo apresentado por Gemal, Machado e Wandresen (2015).

$$\begin{aligned} XL(obs) - X(cal) &= 0 \\ YL(obs) - Y(cal) &= 0 \\ ZL(obs) - Z(cal) &= 0 \end{aligned} \quad (14)$$

sendo: XL , YL e ZL são as coordenadas dos pontos de apoio medidos em campo por GNSS (observações); e X , Y , Z são as coordenadas dos pontos de apoio calculadas pelo ajustamento.

2.3.5. Obtenção das coordenadas planimétricas pelas CLN

A obtenção de informações métricas com esta modelagem se dá mediante as CLN em sua forma inversa, conforme as equações 15 e 16 (ARSLAN, 2014). A informação de altimetria, necessária ao processo, foi obtida por um MDT (Z_{MDT}).

$$XL = Xo + (Z_{MDT} - Zo) \frac{m_{11}xp + m_{21}yp + m_{31}f}{m_{13}xp + m_{23}yp + m_{33}f} \quad (15)$$

$$YL = Yo + (Z_{MDT} - Zo) \frac{m_{21}xp + m_{22}yp + m_{32}f}{m_{13}xp + m_{23}yp + m_{33}f} \quad (16)$$

Na Figura 2 tem-se um esquema representando os elementos envolvidos na modelagem pelas CLN, e a convergência do processo numa superfície regular (MDT), tornando possível converter coordenadas do referencial fotogramétrico para o referencial da superfície física.

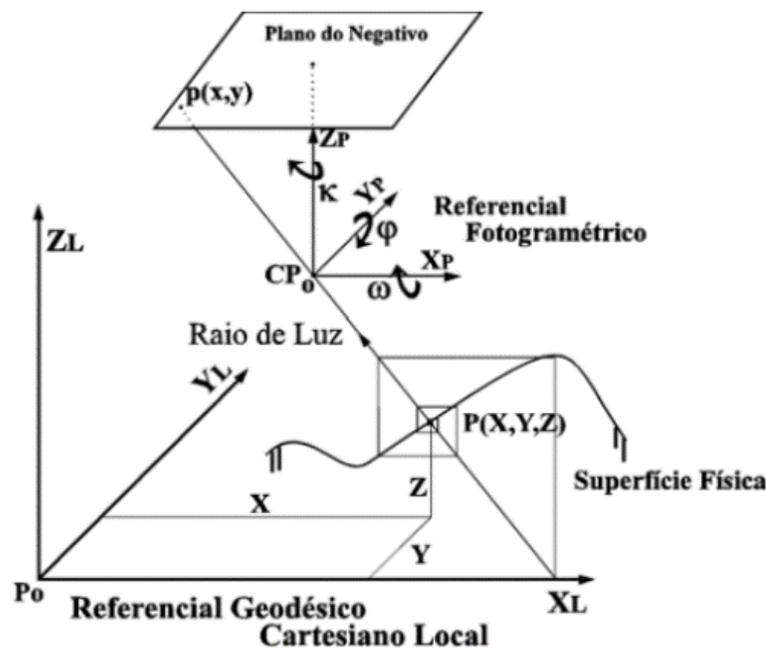


Figura 2 – Convergência do processo iterativo de obtenção de informações planimétricas com imagem singular através das CLN.

Fonte: Mitishita (1997)

2.4. Modelagem Generalizada: Direct Linear Transformation

Através da DLT pode-se efetuar o relacionamento linear direto entre as coordenadas no referencial digital e coordenadas do espaço objeto, conforme indicado nas equações 17 e 18 (DIAS; MITISHITA; DALMOLIN, 2012), portanto, reduz etapas em relação à colinearidade. Além disto, possibilita estimar informações 2D e 3D através de formulação específica (SOUZA; CENTENO, 2014).

$$c = \frac{L_1X + L_2Y + L_3Z + L_4}{L_9X + L_{10}Y + L_{11}Z + 1} \quad (17)$$

$$l = \frac{L_5X + L_6Y + L_7Z + L_8}{L_9X + L_{10}Y + L_{11}Z + 1} \quad (18)$$

Nestas equações, c , l são as coordenadas dos pontos no referencial digital; X , Y , Z são as coordenadas dos pontos de apoio no referencial do espaço objeto; e L_i à L_{11} são os parâmetros da transformação DLT.

Nesta modelagem foram utilizados os mesmos seis pontos de apoio empregados na modelagem pelas CLN. Pelas Equações 15 e 16 verifica-se que cada ponto medido no referencial da imagem proporciona duas medidas (c , l), com isto, duas equações por ponto. A resolução deste sistema de equações com 11 parâmetros incógnitos implica em um número maior de equações, com seis pontos de apoio tem-se 12 equações, portanto, possibilita a resolução do sistema via ajustamento por mínimos quadrados.

O emprego da DLT na extração de informações planimétricas requer a determinação dos parâmetros através das equações na forma direta (Eq. 17 e 18) tendo medidas dos pontos de apoio no espaço imagem e no espaço objeto (EL-ASHMAWY, 2018). Posteriormente, pela DLT na forma inversa, pode-se obter as coordenadas planimétricas dos pontos de interesse no espaço objeto utilizando os 11 parâmetros previamente calculados, medidas dos pontos na imagem, e a informação de altimetria (Z) obtida por MDT, conforme abordagem apresentada pelas Equações 19, 20, 21 (MITISHITA; SARAIVA; MACHADO, 2003):

$$[X \ Y] = A^{-1}C \quad (19)$$

$$A = [L_1 - cL_9 \ L_2 - cL_{10} \ L_5 - cL_9 \ L_9 - L_{10}] \quad (20)$$

$$C = [-Z(L_3 - cL_{11}) - L_4 + c \ -Z(L_7 - lL_{11}) - L_8 + l] \quad (21)$$

3. Resultados e discussão

Avaliou-se inicialmente a performance de cada modelagem, verificando-se a precisão do ajustamento por mínimos quadrados efetuado para determinação dos parâmetros. Na sequência, verificou-se a exatidão dos resultados através da comparação entre as coordenadas calculadas pelas modelagens CNL e DLT e as coordenadas dos pontos de verificação, bem como efetuou-se a avaliação quanto ao padrão de exatidão cartográfica das coordenadas planimétricas obtidas nas modelagens.

3.1. Avaliação das modelagens

Na Tabela 2 são apresentados os parâmetros pelas CLN (POE). Estes resultados foram obtidos pela Resseção Espacial, apresentada na seção 2.3.4, após seis iterações.

Tabela 2 – Parâmetros obtidos na modelagem rigorosa

Parâmetro	Valor	Precisão
X_0 (m)	587,885	0,450
Y_0 (m)	547,327	0,551
Z_0 (m)	292,472	0,128
ω (rad)	- 0,096	0,002
φ (rad)	0,016	0,001
κ (rad)	- 0,369	0,0005

Fonte: Dos autores

Na Tabela 3 são apresentados os resíduos (em milímetros) obtidos no ajustamento para determinação dos parâmetros das CLN.

Tabela 3 – Resíduo do ajustamento pelas CLN.

Ponto de Apoio	vX (mm)	vY (mm)
57	-0,0015	0,0084
84	0,0068	-0,0061
94	0,0054	0,0015
108	-0,0053	-0,0009
127	-0,0081	-0,0048
138	0,0146	0,0007

Fonte: Dos autores

Ao se efetuar uma análise dos resíduos no ajustamento (v) apresentados na Tabela 3, verifica-se que os valores obtidos se encontram predominantemente dentro do intervalo definido pela precisão adotada para as medidas (0,007 mm, correspondendo a dimensão de um pixel). Contudo, três medidas apresentaram resíduos fora do esperado: na medida da componente X do ponto 138 (0,0146 mm, sendo este o maior resíduo obtido); na componente X do ponto 127 e na componente Y do ponto 57. Destaca-se que a unidade neste caso é em milímetros, já que esta é a unidade das medidas (coordenadas dos pontos no referencial fotogramétrico) que compõem o vetor das observações.

Um teste estatístico (χ^2) foi aplicado para avaliação da precisão do ajustamento e dos parâmetros obtidos. Entretanto, ressalta-se que a precisão obtida no ajustamento não garante a exatidão do processo. Para o teste estatístico, o cálculo da variância a posteriori ($\hat{\sigma}_0^2$) foi efetuada pela Equação 22. Este valor indica sua consistência como estimador imparcial da variância à priori (GEMAL; MACHADO; WANDRESEN, 2015).

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{V^T P V}{n - u} \quad (22)$$

sendo: V é o vetor dos resíduos; P é a Matriz dos Pesos das medidas; n o número de equações; e u indica o número de incógnitas. Contudo, como empregou-se um ajustamento com injunções, esta equação é modificada (Equação 23):

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{V^T P V + E^T P_C E}{n - u} \quad (23)$$

na qual E é o vetor de erro de fechamento das injunções; e P_C é a matriz peso dos pontos de apoio.

O denominador das equações 22 e 23 refere-se aos graus de liberdade. Nesta modelagem tem-se 24 graus de liberdade, visto que se obteve $n = 30$ equações, sendo 12 equações (duas equações por ponto, tendo seis pontos de apoio); e 18 equações de injunção. Por outro lado, $u = 6$ parâmetros incógnitos (POE).

A variância a posteriori calculada foi 1,0956. Verifica-se que a variância a posteriori teve um valor muito próximo ao da variância a priori ($\sigma_0^2 = 1$) indicando que os resíduos das medidas, obtidos no ajustamento, apresentam valores próximos as variâncias adotadas para as medidas ou os pesos (precisões) atribuídos às medidas foram adequados. No teste de hipóteses (χ^2), efetuou-se o cálculo de χ^2 conforme a Equação 24, obtendo-se o valor 26,2949.

$$\chi^2 = \hat{\sigma}_0^2 * (n - u) \quad (24)$$

Os limites do intervalo para aceitação da hipótese nula foi: $12,401 = \chi_{2,5\%}^2 < \chi^2 < \chi_{97,5\%}^2 = 39,364$, portanto, a hipótese nula foi aceita. Na prática este resultado indica a validade do modelo matemático empregado, assim como pode indicar a ausência de erros grosseiros e que o sistema está bem condicionado.

Na modelagem pela DLT estimaram-se os 11 parâmetros (Tabela 4). A convergência das soluções foi obtida após sete iterações. Diferentemente da Colinearidade, estes parâmetros não tem um significado físico direto. Além disto, cada um destes onze parâmetros representa uma formulação matemática específica. Desta forma, a comparação entre os valores dos parâmetros não é viável.

Na Tabela 5 apresentam-se os resíduos (em pixels) no ajustamento para determinação dos parâmetros da modelagem generalizada DLT.

Tabela 4 – Parâmetros obtidos na modelagem DLT.

Parâmetro	Valor	Precisão
L_1	6,1824	0,0440
L_2	-2,5819	0,0097
L_3	-5,2736	0,1607
L_4	-807,0954	12,5376
L_5	-2,2018	0,0149
L_6	-6,45295	0,0353
L_7	-3,1803	0,1845
L_8	5605,471	33,9426
L_9	-0,00003	0,000002
L_{10}	-0,00023	0,00002
L_{11}	-0,00391	0,0004

Fonte: Dos autores

Tabela 5 – Resíduo do ajustamento pela DLT.

Ponto de Apoio	vx (pixels)	vy (pixels)
57	-0,0646	0,0697
84	-0,2132	0,3352
94	0,3898	-0,4077
108	0,014	0,1643
127	0,0185	-0,1772
138	-0,1444	0,0156

Fonte: Dos autores

Na análise dos resíduos do ajustamento verifica-se que os valores obtidos se encontram dentro do intervalo definido pela precisão adotada para as medidas (1 pixel). Os maiores resíduos (v) estão relacionados a componente X e Y do ponto 94, com $v_x = 0,39$ pixel e $v_y = -0,41$ pixel.

A variância a posteriori calculada foi 0,5651. Como este valor foi inferior a variância a priori, isto indica que os pesos atribuídos às medidas foram subestimados, pois os resíduos das medidas, obtidos no ajustamento, apresentam valores menores que as precisões assumidas. No teste de hipóteses, o 2 obtido foi de 0,5651, correspondendo ao mesmo valor da variância a posteriori, uma vez que temos um grau de liberdade, pois foram modelados 11 parâmetros incógnitos pelas equações da DLT com 12 equações.

Os limites do intervalo para aceitação da hipótese nula foram $0,001 = \chi^2_{2,5\%} < \chi^2 > \chi^2_{97,5\%} = 5,024$, portanto, assim como na modelagem pela colinearidade, a hipótese nula foi aceita, indicando a validade do modelo matemático empregado.

Através das análises dos ajustamentos verificou-se que a modelagem realizada pela DLT apresentou melhor desempenho que a obtida pelas equações de colinearidade, o que pode estar relacionado a maior adequabilidade da DLT, que é um modelo generalizado; assim, as equações de colinearidade, que tem significado físico, são mais rigorosas, e nesse caso, imprecisões nos POI ou a não correção da distorção, relacionada com a refração fotogramétrica, podem eventualmente ter contribuído com os resultados obtidos com as equações de colinearidade.

3.2. Avaliação das discrepâncias

Para verificar a exatidão dos modelos CLN e DLT na determinação de coordenadas planimétricas pelo procedimento fotogramétrico de restituição monocular foram empregados seis de pontos de verificação. Nesses pontos, utilizando-se as suas coordenadas altimétricas (Z_i), as coordenadas planas (X_i e Y_i) foram calculadas empregando-se as equações 15 e 16 para o modelo CLN e equações 19, 20 e 21 para a DLT. Com as coordenadas planas calculadas, os valores das discrepâncias planimétricas foram obtidos com as equações 25, com i variando de 1 a 6.

$$\begin{aligned} dX_i &= X_{Li} - X_i \\ dY_i &= Y_{Li} - Y_i \end{aligned} \quad (25)$$

As discrepâncias pelas CLN são apresentadas na Tabela 6. As maiores discrepâncias foram obtidas no ponto 129, sendo a maior na componente Y , com 0,80 m. O valor médio de discrepância na componente X foi de -0,2367 m, com desvio padrão de 0,2620 m e raiz do erro quadrático médio (RMSE – *Root Mean Square Error*) de 0,34 m. Para a componente Y a discrepância média foi de 0,3298 m, com desvio padrão de 0,2589 m e RMSE de 0,41 m. Adicionalmente, efetuou-se a avaliação quanto às discrepâncias planimétricas, considerando a combinação das discrepâncias em X e Y . A discrepância planimétrica média para a colinearidade foi de 0,41 m, com RMSE 0,53 m.

Tabela 6 – Discrepâncias pelas CLN.

Ponto	dX (m)	dY (m)
002	-0,0705	0,1093
123	-0,0544	0,2910
129	-0,7374	0,8057
133	-0,3118	0,4126
136	-0,1153	0,2386
145	-0,1305	0,1216

Fonte: Dos autores

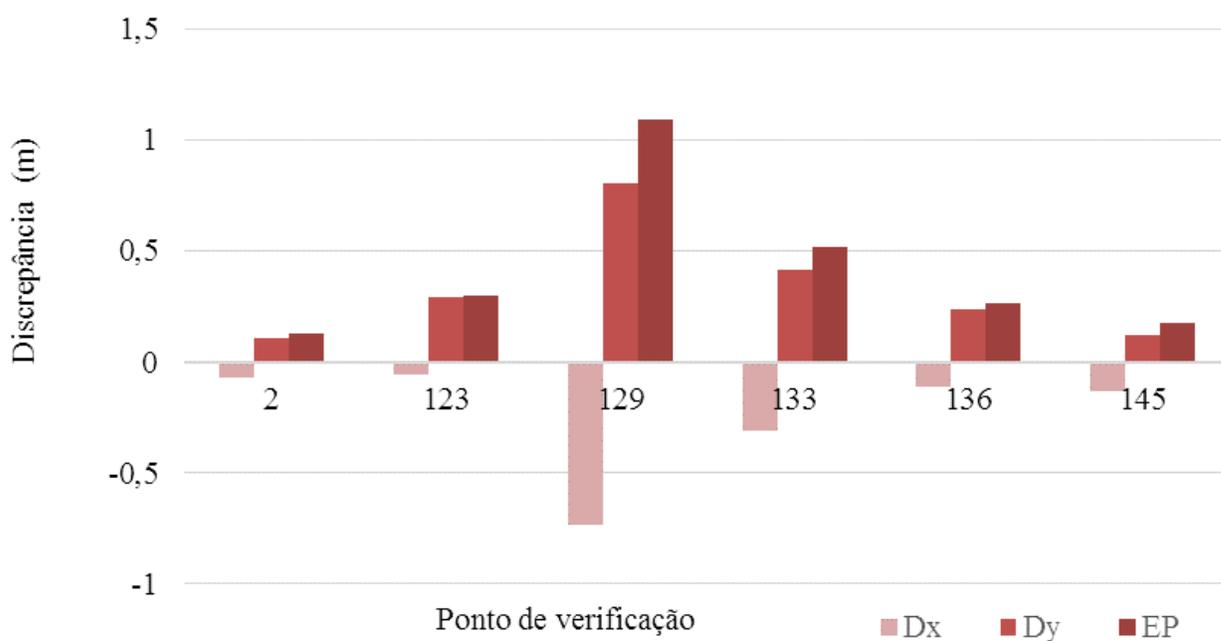


Figura 3 – Discrepâncias entre as coordenadas de referência e as obtidas pelas CLN

Fonte: Dos autores

Na Figura 3, verificam-se que as discrepâncias em X (Dx) tiveram um comportamento semelhante para todos os pontos (todas negativas), por sua vez, na direção Y (Dy) foram positivas. Nota-se que o ponto 129 é isoladamente o ponto com maiores valores, a discrepância planimétrica (EP) neste ponto foi superior a 1 m.

Pela DLT as maiores discrepâncias entre as componentes não ocorreram no mesmo ponto (Tabela 7) como ocorreu na modelagem pelas equações de colinearidade. As maiores discrepâncias ocorreram em X no ponto 136, e em Y no ponto 133.

Tabela 7 – Discrepâncias pela DLT.

Ponto	dX (m)	dY (m)
002	0,1335	-0,0048
123	0,1237	0,3380
129	0,4053	-0,5060
133	0,3458	-0,5815
136	0,8432	-0,1841
145	0,3413	-0,2475

Fonte: Dos autores

No cálculo do valor médio das discrepâncias obteve-se o valor de 0,3655 m, com desvio padrão de 0,2619 m na componente X e RMSE de 0,44 m. Para a componente Y, a discrepância média foi de -0,1976 m, com desvio padrão de 0,3374 m e RMSE de 0,37 m. Nas discrepâncias planimétricas obteve-se a média de 0,52 m, com RMSE 0,57 m. Na Figura 4 as discrepâncias entre as coordenadas de referência e as obtidas pela DLT são apresentadas.

Pela análise das Figuras 3 e 4 podem-se verificar as discrepâncias obtidas pela DLT e pelas CLN. A menor exatidão planimétrica era esperada com o modelo DLT, já que este modelo é generalizado e os seus parâmetros são matemáticos sem significado físico. Em ambos os modelos, as maiores discrepâncias são da ordem de decímetros.

Em comparação aos resultados obtidos com a modelagem pelas CLN, verifica-se que a DLT mostrou significativa proximidade com estes resultados, obtendo uma diferença quanto ao erro planimétrico médio de 10 cm, portanto, na mesma ordem de grandeza que a precisão dos pontos de apoio empregados nas modelagens. Tomando como base os resultados da RMSE das discrepâncias planimétricas, a DLT mostrou eficiência de aproximadamente 90% em relação à formulação rigorosa.

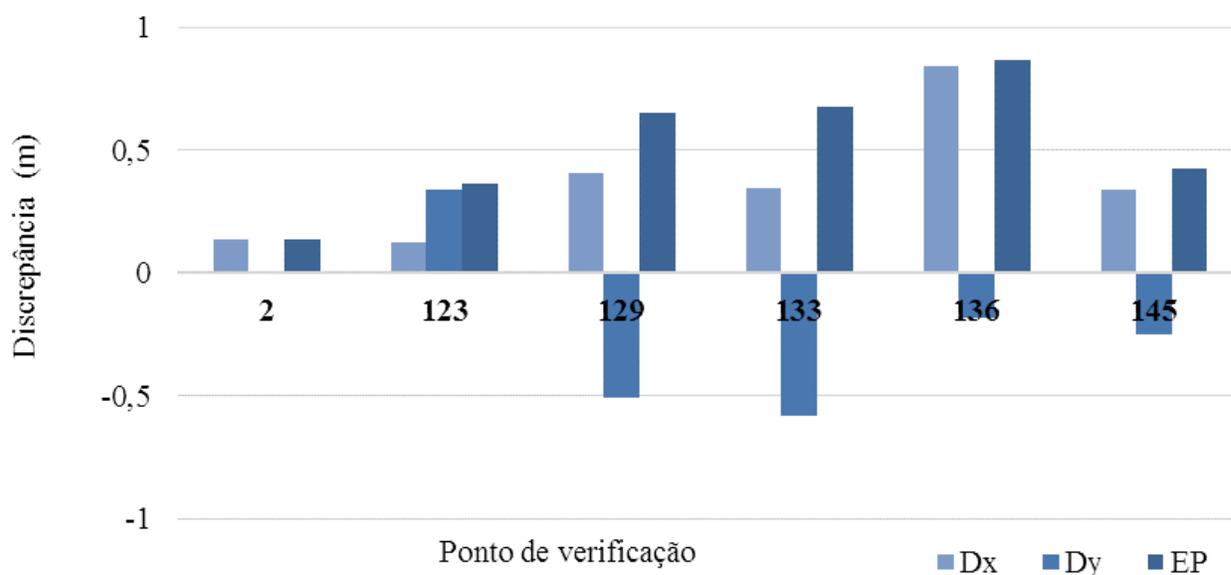


Figura 4 – Discrepâncias entre as coordenadas de referência e as obtidas pela DLT

Fonte: Dos autores

Na Figura 5 as setas representam os vetores das discrepâncias planimétricas entre as coordenadas obtidas pelas CLN e pela DLT em relação às coordenadas de referência dos pontos de verificação no sistema topográfico local. As barras no entorno dos pontos de referência indicam a precisão das coordenadas. Um fator de escala foi aplicado aos elementos da figura para facilitar a visualização das grandezas. Estes vetores são indicativos da distribuição espacial, magnitude e direção das discrepâncias. A partir destes resultados, uma investigação foi efetuada para avaliar as possíveis tendências (seção 3.2.1).

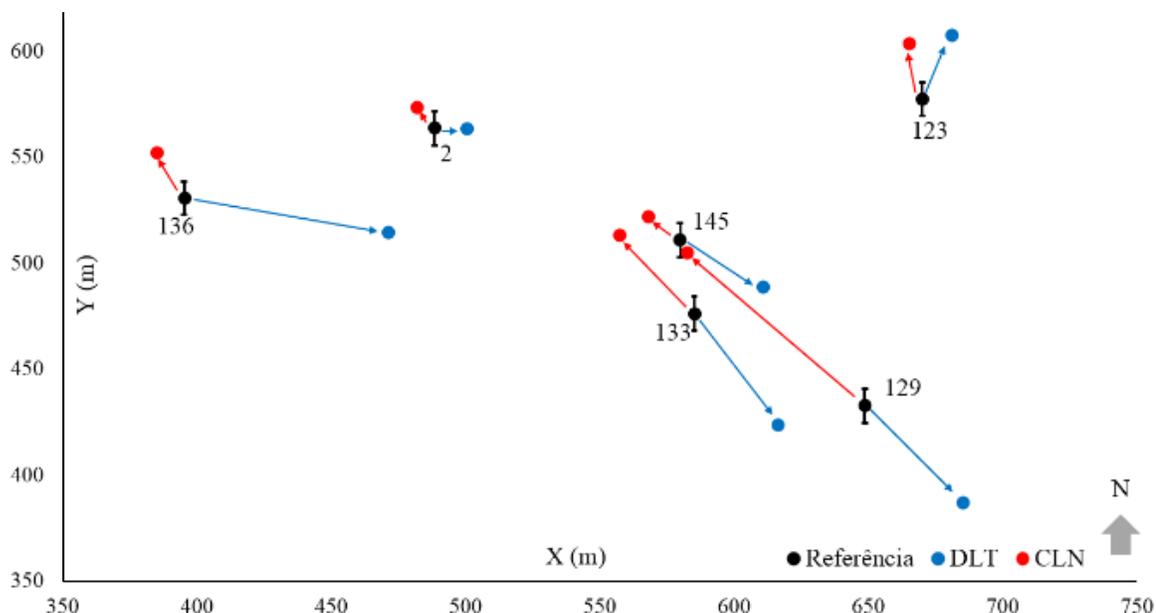


Figura 5 – Vetores indicativos das discrepâncias planimétricas

Fonte: Dos autores

3.2.1. Avaliação de Tendências

Neste teste foi considerado que as discrepâncias médias estatisticamente iguais a zero, dentro de um certo nível de significância, admitem a não existência de tendência nos resultados (GALO; DAL POZ; FERREIRA, 2001). A estatística amostral t de Student foi empregada. Ela é calculada pelo equacionamento apresentado na Equação 26, conforme Galo, Dal Poz e Ferreira (2001):

$$t_X = \frac{\Delta\bar{X}}{s\Delta X} * \sqrt[3]{n} \quad (26)$$

Em que: $\Delta\bar{X}$ é a média das discrepâncias da componente X; $s\Delta X$ é o desvio padrão das discrepâncias; e n indica o tamanho da amostra, neste caso o número de pontos de verificação. A condição de aceitação (modelagem livre de tendência) é indicada na equação 27, na qual o valor de t é tabelado e depende do tamanho da amostra e do intervalo de confiança.

$$|t_X| < t_{(n-1, \frac{\alpha}{2})} \quad (27)$$

Adotando-se o intervalo de confiança de 90%, define-se $t = 1,440$. Para a Colinearidade obteve-se $t_x = -2,2127$ e $t_y = 3,1204$, portanto, a hipótese inicial é rejeitada, indicando que existe tendência na direção da componente X e também em Y. Conforme Galo e Camargo (1994), a existência de tendência em alguma direção indica a ocorrência de alguma inconsistência que pode ter causas variadas. Pela DLT os valores obtidos foram $t_x = 3,4180$ e $t_y = -1,4349$, indicando que existe tendência na direção da componente X.

Estes resultados complementam as análises visuais que podem ser feitas a partir da Figura 5, na qual pode-se observar que todos os pontos calculados pela colinearidade têm um deslocamento em relação aos pontos de referência aproximadamente na mesma direção (Noroeste), com azimutes com cerca de 315° . Uma pequena variação desta direção é vista no ponto 123. Concernente a DLT, verifica-se que grande parte dos vetores tem aproximadamente a mesma direção que para a colinearidade, porém em sentidos opostos (Sudeste), com destaque para os pontos 129, 133 e 145, que se situam na mesma região da imagem. A direção com maior divergência, também como na colinearidade, ocorre no ponto 123.

A análise conjunta do teste de tendências e da Figura 5 corrobora com a hipótese de tendência nos resultados, o que pode indicar a influência de algum erro sistemático no processo, que pode estar relacionada a aquisição da imagem, na modelagem, ou mesmo na determinação dos pontos de apoio. Neste sentido, destaca-se que na modelagem os processamentos foram efetuados mediante diferentes configurações dos 12 pontos, sendo aqui apresentados os melhores resultados alcançados.

3.2.2. Avaliação do Padrão de Exatidão Cartográfica

Para complementar as análises, o Padrão de Exatidão Cartográfica para Produtos Cartográficos Digitais (PEC-PCD) estabelecidos pela Diretoria do Serviço Geográfico do Exército Brasileiro (DSG) na Infraestrutura Nacional de dados Espaciais-INDE (DSG, 2011), foi calculado, enquadrando-se na Classe A pelas CLN e B pela DLT, na escala 1:10.000.

4. Considerações finais

Neste trabalho efetuou-se uma comparação de informações planimétricas obtidas pela modelagem DLT e pelas CLN através uma imagem coletada com RPA. Com base nos resultados obtidos verificou-se que ambas as modelagens possibilitaram estimar as coordenadas planimétricas com significativa exatidão. As discrepâncias médias foram inferiores a 0,30 m pelas CLN e inferior a 0,40 m com a DLT. Como esperado, os resultados têm precisão inferior aos esperados com o uso combinado de duas ou mais imagens, porém possibilita resultados aceitáveis quando não se tem ao menos um par estereoscópico a disposição. Tem-se como desvantagem a necessidade de dados altimétricos provenientes de fontes externas.

Em estratégias efetuadas para obter a melhor conjuntura de pontos apoio/verificação verificou-se que os resultados de discrepância pioravam a depender da seleção dos pontos de verificação, principalmente pelas CLN, requerendo a uma seleção mais criteriosa dos pontos de apoio. Nas modelagens os parâmetros resultantes permaneceram constantes para diversas configurações de pontos de apoio testados, mesmo para os pontos não considerados ideais, como a borda de telhados.

Acredita-se que resultados mais exatos poderiam ser obtidos com o modelo CLN, se fosse realizada a calibração da câmera em trabalho, viabilizando uma melhor modelagem dos afastamentos da condição de colinearidade, como as provocadas pela refração fotogramétrica. Neste sentido, experimentos de monorrestituição, envolvendo a calibração em trabalho, são recomendados.

Destaca-se o bom desempenho da DLT, visto que proporcionou resultados comparáveis aos obtidos com as equações de colinearidade com eficiência de 90%, tendo as vantagens como relativa facilidade operacional e independência do conhecimento de parâmetros do sensor. Apesar disto, os resultados sugerem a possível ocorrência de erros sistemáticos no processo. Isto abre espaço para futuras investigações quanto a possível influência destes erros na extração de informações métricas a partir de uma imagem, bem como na validação da técnica através da replicabilidade para outras áreas, e comparação com métodos que empreguem o uso de duas ou mais imagens.

A implementação do algoritmo permitiu o controle de processos, o que nem sempre ocorre com softwares comerciais. Em trabalhos futuros o algoritmo poderá ser estendido para considerar o uso de um par estereoscópico e mesmo um bloco de imagens, visando ampliar as investigações. Além disto, pretende-se disponibilizá-lo em um repositório institucional, de forma que possa ser utilizado para fins acadêmicos.

Agradecimentos

O primeiro e o terceiro autor agradecem à CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), pelo fomento das bolsas, sobre os processos 88882.382285/2019-01 e 88887.499364/2020-00, respectivamente. Os autores agradecem também ao Professor Fabiano Freiman da Universidade Federal da Bahia pelas valiosas contribuições na realização deste trabalho.

Referências

- ABDEL-AZIZ, Y. I.; KARARA, H. M. *Direct linear transformation from comparator coordinates into object space coordinates in close-range photogrammetry* In: American Society of Photogrammetry Symposium on close-range Photogrammetry - Anais. Urbana, 1971
- ABREU, F. C. S.; Antunes, A. F. Monorrestituição de imagem de alta resolução Quickbird II apoiado no M.D.E. obtido com dados do sistema Laser Scanner. *Revista Tecnologia e Ambiente*, v. 23, p. 1–15, 2017.
- AGRAFIOTIS, P.; GEORGOPOULOS, A. *Camera constant in the case of two media photogrammetry*. In: International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences - ISPRS Archives, v. 40, n. 5W5, p. 1–6, 2015.
- ANDRADE, J. B. *Fotogrametria*. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 1998. 196p.
- ARSLAN, O. 3d Object Reconstruction from a Single Image. *International Journal of Environment and Geoinformatics*, v. 1, n. 1, p. 21–28, 2014.
- AWANGE, J. L.; KYALO KIEMA, J. B. *Environmental Geoinformatics*. Berlin, Heidelberg: Springer, 2013. 541p.
- CHENG, M.-L.; MATSUOKA, M. Extracting three-dimensional (3D) spatial information from sequential oblique unmanned aerial system (UAS) imagery for digital surface modeling. *International Journal of Remote Sensing*, v. 42, n. 5, p. 1643–1663, 2021.
- COELHO, L.; BRITO, J. N. *Fotogrametria Digital*. 2. ed. Rio de Janeiro, RJ: EdUERJ, 2007. 196p.
- DEBIASI, P. *Ortorretificação de Imagens CCD CBERS 2 Através da Transformação DLT*, 2008. 71f. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Sensoriamento Remoto, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.
- DEBIASI, P.; SOUZA, S. DE; MITISHITA, E. *Pesquisas em Geociências*, v. 38, n. 1, p. 55–65, 2011.
- DIAS, S. O.; MITISHITA, E. A.; DALMOLIN, Q. Orientação Exterior de um par Estereoscópico Ikonos II com base no Modelo Não Rigoroso DLT. *Boletim de Ciências Geodésicas*, v. 18, n. 1, p. 40–62, 2012.
- DSG. Diretoria de Serviço Geográfico. *Especificação Técnica para a Aquisição de Dados Geoespaciais Vetoriais (ET_ADGV)* Brasília, DF: DSG, 2011.

- EL-ASHMAWY, K. L. A. A comparison study between collinearity condition, coplanarity condition, and direct linear transformation (DLT) method for camera exterior orientation parameters determination. *Geodesy and Cartography*, v. 41, n. 2, p. 66–73, 2015.
- EL-ASHMAWY, K. L. A. Using direct linear transformation (DLT) method for aerial photogrammetry applications. *Geodesy and Cartography*, v. 44, n. 3, p. 71–79, 2018.
- GALO, M.; DAL POZ, A. P.; FERREIRA, F. M. O Uso De Feições No Controle De Qualidade Em Cartografia. XIX Congresso Brasileiro de Cartografia. Anais...Porto Alegre - RS: 2001
- GEMAL, C.; MACHADO, A. M. L.; WANDRESEN, R. *Introdução ao Ajustamento de Observações*. 2. ed. Curitiba: Editora UFPR, 2015. 430p.
- GHILANI, C. D.; WOLF, P. R. *Elementary surveying: an introduction to geomatics*. 12. ed. New Jersey, USA: Pearson Prentice Hall, 2008. 931p.
- GRANSHAW, S. I. et al. Photogrammetry and Industry. *Photogrammetric Record*, v. 32, n. 158, p. 74–92, 2017.
- HOU, L. et al. *Combining photogrammetry and augmented reality towards an integrated facility management system for the oil industry*. Proceedings of the IEEE, v. 102, n. 2, p. 204–220, 2014.
- KIRCHHÖFER, M. K. et al. Direct Exterior Orientation Determination for a Low-Cost Heritage Recording System. *Photogrammetric Record*, v. 27, n. 140, p. 443–461, 2012.
- LEIPNER, A. et al. 3D mug shot—3D head models from photogrammetry for forensic identification. *Forensic Science International*, v. 300, p. 6–12, 2019.
- LERMA, J. L.; Cabrelles, M. A review and analyses of plumb-line. *The Photogrammetric Record*, v. 22, p. 135–150, 2007.
- LIU, W. C.; HUANG, W. C. Close range digital photogrammetry applied to topography and landslide measurements. International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences - ISPRS Archives, v. 41, n. July, p. 875–880, 2016.
- LOBO, F. et al. Uso de Plataformas Aéreas Não Tripuladas no Brasil – um Panorama de Dez Anos (2008-2018) de Publicações Acadêmicas. *Revista Brasileira de Cartografia*, v. 72, p. 785–806, 2020.
- LUSSU, P.; MARINI, E. Ultra close-range digital photogrammetry in skeletal anthropology: A systematic review. *PLoS ONE*, v. 15, n. 4, p. 1–30, 2020.
- MAKAROVIK, B. Digital Mono-Ploters. *I.T.C. Journal*, v. 1, p. 101–122, 1973.

-
- MERCHANT, F. A.; CASTLEMAN, K. R. Computer-Assisted Microscopy. In: BOVIK, A. (Ed.). *The Essential Guide to Image Processing*. Boston: Academic Press, 2009. p. 777–831.
- MIKHAIL, E. M.; BETHEL, J. S.; MCGLONE, J. C. *Introduction to Modern Photogrammetry*. 1. ed. [s.l.]: Wiley, 2001. 496p.
- MITISHITA, E. A. *Monorestituição Digital de Aerofotos Associada com Sistema de Computação Gráfica C.A.D. para fins de Mapeamento na Área Florestal*. 278f. Tese (Doutorado). Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1997.
- MITISHITA, E. A.; KIRCHNER, F. F. Digital mono-differential restitution of airphotos applied to planimetric mapping. *International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing*. Anais...Amsterdam: 2000
- MITISHITA, E. A.; OLIVAS, M. A. A. Viabilidade da utilização da monorestituição na construção de base cartográfica digital urbana. *Boletim de Ciências Geodésicas*, v. 7, n. 2, p. 23–40, 2001.
- MITISHITA, E. A.; SARAIVA, C. C. S.; MACHADO, Á. L. Monorestituição de imagens do satélite de alta resolução Ikonos 2 (geo), utilizando-se da transformação DLT e modelo digital de terreno. *Anais do XI Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto - Belo Horizonte*. Anais...Belo Horizonte: 2003
- PEDROSA, J. R. B.; SANTOS, D. R. dos. Determinação dos Parâmetros de Desalinhamento Angular Usando uma Abordagem Ponto-a-Plano com Apoio de Campo Derivado de uma Nuvem LiDAR. *Revista Brasileira de Cartografia*, v. 72, n. 3, p. 460–473, 2020.
- PIVOTTO, L. R.; NAVARRO, I. J. R. L.; CANDOTTI, C. T. Radiography and photogrammetry-based methods of assessing cervical spine posture in the sagittal plane: A systematic review with meta-analysis. *Gait and Posture*, v. 84, 2020, p. 357–367, 2021.
- SANTOS, D. R. dos. *Elementos de Fotogrametria e Sensoriamento Remoto*. 1. ed. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 2009.
- SCURI, A. E. *Fundamentos da Imagem Digital*. Rio de Janeiro, RJ: Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2002. 67p.
- SONI, A.; ROBSON, S.; GLEESON, B. Structural monitoring for the rail industry using conventional survey, laser scanning and photogrammetry. *Applied Geomatics*, v. 7, n. 2, p. 123–138, 2015.
- SOUZA, G. V. DE; CENTENO, J. A. da S. Fototriangulação do triplet de imagem ALOS através da Transformação Linear Direta. *Revista Ciência e Tecnologia*, v. 17, n. 30, p. 1–13, 2014.

-
- WOLTER, F. R. *Uso da Monorestituição Digital e DTM para mapeamento de unidades fisiográficas para estudos de solos*. 110f. Dissertação (Mestrado) Programa de Pós Graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2000 .
- YANAGI, H.; CHIKATSU, H. Camera Calibration in 3D Modelling for Uav Application. *International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences - ISPRS Archives*, v. 40, n. 4W5, p. 223–226, 2015.
- YUSOFF, A. R. et al. Camera calibration accuracy at different UAV flying heights. *International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences - ISPRS Archives*, v. 42, n. 2W3, p. 595–600, 2017.
- ZANETTI, J. *Influência do número e distribuição de pontos de controle em ortofotos geradas a partir de um levantamento por VANT*. 96f. Dissertação (Mestrado).Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2017.
- ZHOU, F. et al. Distortion correction using a single image based on projective invariability and separate model. *Optik*, v. 124, n. 17, p. 3125–3130, 2013.