

Aplicação da Estatística Direcional no Controle de Qualidade Cartográfico

Application of Directional Statistics in Cartographic Quality Control

Victor Alvarenga Carvalho¹; Afonso de Paula dos Santos²; Marconi Martins Cunha³; Lígia da Silva Barbosa⁴; William Rodrigo Dal Poz⁵; Nilcilene das Graças Medeiros⁶; Julio Cesar de Oliveira⁷

¹ Universidade Federal de Viçosa, Departamento de Engenharia Civil, Viçosa/MG, Brasil, Email: victor.alvarenga@ufv.br
ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-0920-0707>

² Universidade Federal de Viçosa, Departamento de Engenharia Civil, Viçosa/MG, Brasil, Email: afonso.santos@ufv.br
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7248-4524>

³ Universidade Federal de Viçosa, Departamento de Engenharia Civil, Viçosa/MG, Brasil, Email: marconi.cunha@ufv.br
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0797-8530>

⁴ Universidade Federal de Viçosa, Departamento de Engenharia Civil, Viçosa/MG, Brasil, Email: ligia.barbosa@ufv.br
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1929-8110>

⁵ Universidade Federal de Viçosa, Departamento de Engenharia Civil, Viçosa/MG, Brasil, Email: william.dalpoz@ufv.br
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9532-3643>

⁶ Universidade Federal de Viçosa, Departamento de Engenharia Civil, Viçosa/MG, Brasil, Email: nilcilene.medeiros@ufv.br
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0839-3729>

⁷ Universidade Federal de Viçosa, Departamento de Engenharia Civil, Viçosa/MG, Brasil, Email: oliveirajc@ufv.br
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0894-5597>

Resumo: Um produto cartográfico é considerado acurado posicionalmente quando é preciso e não tendencioso. A análise de tendência geralmente é realizada utilizando-se o teste t de Student, que tem como exigência que a amostra siga distribuição normal. Uma solução é o uso de estatísticas descritivas circulares a partir da Média Direcional e Variância Circular, que não pressupõem a normalidade. Entretanto, as análises sobre as estatísticas descritivas circulares podem ser inadequadas não sendo adotados os devidos cuidados. Por isso, é preciso acrescentar processos mais robustos sobre a estatística direcional para a avaliação posicional, como análises em conjunto dos principais parâmetros descritivos, aplicação de testes estatísticos de normalidade e uniformidade direcional. A utilização desses processos é avaliada nesse trabalho com o objetivo de identificar soluções para evitar falhas na detecção de tendência em dados cartográficos. Essas falhas foram exemplificadas por modelos simulados, que demonstraram situações em que a análise da Média Direcional e Variância Circular podem não ser efetivas. Também foi proposto a utilização de testes estatísticos, análise conjunta de diversos parâmetros descritivos e gráficos da estatística direcional como complemento para a detecção de tendências. Este procedimento foi aplicado a dois Modelos Digitais de Superfícies (MDS), havendo a detecção de tendências em ambos.

Palavras-chave: Estatística direcional; Acurácia Posiciona; Detecção de Tendência.

Abstract: A cartographic product is considered positionally accurate when it is precise and not biased. Trend analysis is generally performed using the Student's t test, which requires that the sample follows a normal distribution. One solution is the use of circular descriptive statistics based on Directional Mean and Circular Variance, which do not assume normality. However, analyzes of circular descriptive statistics may be inadequate and due care is not taken. Therefore, it is necessary to add more robust processes on directional statistics for positional assessment, such as joint analyzes of the main descriptive parameters, application of statistical tests of normality and directional uniformity. The use of these processes is evaluated in this work with the aim of identifying solutions to avoid failures in trend detection in cartographic data. These failures were exemplified by simulated models, which demonstrated situations in which the analysis of Directional Mean and Circular Variance may not be effective. It was also proposed to use statistical tests, joint analysis of several descriptive parameters and graphs of directional statistics as a complement to detect trends. This procedure was applied to two Digital Surface Models (MDS), with trends detected in both.

Keywords: Directional Statistics; Positional Accuracy; Trend Detection.

1. Introdução

A utilização de um produto cartográfico está relacionada às diversas necessidades do usuário e, independentemente de sua aplicação, o conjunto de dados cartográficos deve atender aos pré-requisitos mínimos de qualidade. Quando há necessidade de extrair medidas geométricas em uma base cartográfica, uma atenção especial deve ser despendida para verificar se as informações possuem qualidade espacial.

A verificação da acurácia espacial de um produto cartográfico deve atender aos padrões e normas que empregam métodos estatísticos para avaliar as discrepâncias posicionais entre o produto avaliado e um produto de referência (IBGE, 2019). No Brasil é utilizado como fundamento o Decreto nº 89.817 (BRASIL, 1984), que estabeleceu parâmetros para a classificação de um produto quanto às suas componentes planimétrica e altimétrica, através das tolerâncias Padrão de Exatidão Cartográfica (PEC) e Erro Padrão (EP), que avaliam a magnitude das discrepâncias. Vale destacar também normas mais recentes, tais como a Especificação Técnica para Estruturação de Dados Geoespaciais Vetoriais (ET-EDGV) (CONCAR, 2011) e a Especificação Técnica para Controle de Qualidade de Dados Geoespaciais (ET-CQDG) (DCT/DSG, 2016), as quais aplicam o conceito para bases cartográficas digitais, sendo adotado o termo PEC-PCD (Padrão de Exatidão Cartográfica-Padrão Cartográfico Digital) ao invés do PEC e sendo mantido o termo EP.

Além da magnitude das discrepâncias, é de fundamental importância verificar a presença de efeitos sistemáticos por meio da avaliação da tendência, que é uma componente da acurácia posicional, frequentemente verificada por meio do teste de hipóteses t de Student (SANTOS *et al.*, 2016). Os parâmetros utilizados nessa avaliação têm pressuposição que a amostra possua uma distribuição Normal, o que não necessariamente ocorre em dados cartográficos (CUARTERO *et al.*, 2010).

Dada as limitações, como alternativa para a detecção de tendências pode-se realizar as análises com estatísticas direcionais, nas quais se utiliza o vetor das discrepâncias, definido por sua magnitude e direção (CUARTERO *et al.*, 2014; POLO; FELICÍSIMO, 2010; SANTOS *et al.*, 2016; VITTI *et al.*, 2018; PAULA e CARVALHO, 2024). Essa estatística permite a identificação de comportamentos não explicitados pela estatística linear, como a possibilidade de realizar inferências relacionadas às análises de direções e o comportamento de um fenômeno sobre superfícies esféricas ou circulares, como ocorre em algumas aplicações na biologia, geologia e meteorologia (FISHER, 1985; JAMMALAMADAKA; SEAGUPTA, 2001). Neste cenário, é comum abordar somente as direções dos vetores, com o foco na detecção das características da distribuição da amostra sobre uma circunferência ou esfera unitária (MARDIA; JUPP, 2000).

A estatística direcional apresenta possíveis soluções e aplicações na análise da acurácia posicional. Assim, pode-se vislumbrar a aplicação da estatística circular para detecção de tendência, bem como a possibilidade de integrar a planimetria e a altimetria ao analisar sobre a esfera a distribuição do vetor das discrepâncias.

Entretanto, as análises sobre as estatísticas descritivas circulares podem ser inadequadas caso não sejam adotados os devidos cuidados, como no caso da avaliação altimétrica ou em dados bimodais. Nestes casos é necessário acrescentar processos mais robustos sobre a estatística direcional. Diante disso, este trabalho avaliou os processos envolvidos nesse conceito, tais como: as análises em conjunto dos principais parâmetros descritivos, a aplicação de testes estatísticos de normalidade e de uniformidade direcional, e as análises gráficas do comportamento dos vetores, com o objetivo de identificar soluções para evitar falhas na detecção de tendência em dados cartográficos.

2. Metodologia

Para o processamento dos dados e a aplicação das metodologias avaliadas neste trabalho, foram empregados os seguintes materiais: *software* R (R CORE TEAM, 2024), pacotes: *VecStatGraphs3D* (FELICISIMO *et al.*, 2015) e *CircStats* (AGOSTINELLI; LUND, 2018), *software* GeoPEC versão 3.5.2 (SANTOS, 2019) e *software* QGIS versão 3.10.11 (QGIS, 2020).

Para a realização dos experimentos, utilizou-se os dados de discrepância tridimensional de Santos (2015) (Figura 1), que são dados livres de outliers, os quais foram removidos utilizando o *Boxplot*. As discrepâncias são originárias da análise de 241 pontos do MDS SRTM (banda X) e 248 pontos do MDS Aster GDEM (versão 2), cuja referência foi um MDS obtido por aerofotogrametria digital. A obtenção das discrepâncias tridimensionais nos MDSs foi viabilizada com a aplicação da técnica de extração de pontos homólogos a partir de linhas de cumeadas e linhas de hidrografia numérica (SANTOS *et al.*, 2020). Para maiores detalhes sobre MDS e MDT (Modelo Digital do Terreno) vale a pena destacar alguns trabalhos, tais como os de Pessi *et al.* (2021) e Caldeira *et al.* (2023).

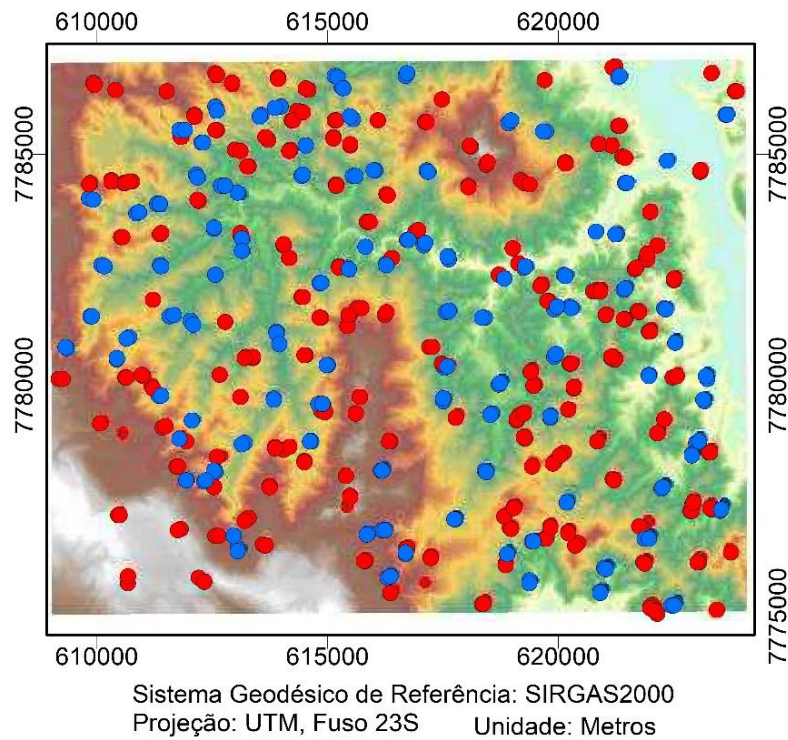


Figura 1 – Pontos de checagem 3D na área de estudo. Círculos vermelhos correspondem a pontos de cumeada e círculos azuis aos pontos de confluência da hidrografia.
 Fonte: Adaptado de Santos et al. (2015).

O processo metodológico adotado para análise de tendência pode ser subdividido em duas fases, conforme exemplificado na Figura 2: o tradicional, utilizado no *software* GeoPEC (SANTOS, 2019), e o alternativo, baseado na estatística direcional proposta neste trabalho.

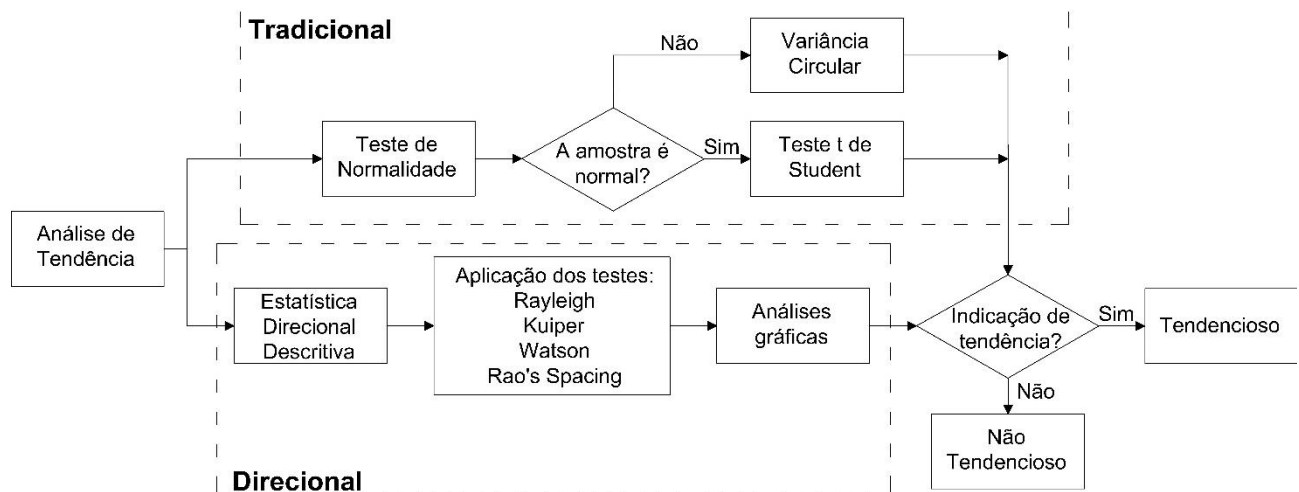


Figura 2 – Fluxograma metodológico para a análise de tendência em produtos cartográficos.
 Fonte: Autores (2024).

2.1. Análise Tradicional

Para a aplicação da metodologia tradicional utilizou-se os dados de discrepâncias posicionais dos MDS SRTM-X e GDEM (SANTOS et al., 2015) e o *software* GeoPEC (SANTOS, 2019). Como o conjunto amostral disponibilizado possui a prévia remoção dos outliers, puderam ser realizados os testes de normalidade planimétrica e altimétrica. Para tanto, foi utilizado o teste de Shapiro-Wilk com nível de confiança de 90%.

O próximo passo foi realizar a detecção de tendência. Para isso, utilizou-se o teste t de Student com nível de confiança de 90%. Esse teste informa o valor de t de Student tabelado e o calculado para realizar a comparação: caso o módulo de t de Student calculado seja menor que o t de Student tabelado, conclui-se que a média das discrepâncias posicionais é estatisticamente igual a zero. Portanto, o produto avaliado não apresenta tendência.

A segunda parte da avaliação de tendências tradicional utiliza a estatística direcional, aplicável somente na componente planimétrica. O processo é realizado ao avaliar duas variáveis: a Média Direcional, que descreve a direção de tendência dos vetores de discrepância posicional, e a Variância Circular, que mensura a variabilidade destas direções. Nesta etapa, é considerado que não há a presença de tendência quando o valor da Variância Circular é maior que 0,5, indicando que os vetores de discrepância posicional estão distribuídos de maneira tal que sugere a ausência de uma direção predominante.

Além das análises de tendências, também foi realizada a análise de precisão dos produtos cartográficos, com base nos parâmetros do Decreto 89.817 (BRASIL, 1984) e ET-ADGV (Especificação Técnica de Aquisição de Dados Geoespaciais Vetoriais) (CONCAR, 2011 e DCT/DSG, 2016). Essa análise consiste em verificar se o RMS (*Root Mean Square* – Erro Médio Quadrático) da amostra de discrepâncias possui valor menor ou igual ao Erro-Padrão (EP), e se 90% das discrepâncias posicionais apresentam valor menor ou igual ao PEC e/ou PEC-PCD (este na terminologia mais moderna da CONCAR, 2011 e DCT/DSG, 2016).

Por fim, foi gerado um mapa para espacializar os vetores das discrepâncias planimétricas. Para isso, foi produzido um arquivo contendo a posição da amostra, o valor e a orientação das discrepâncias posicionais.

2.2. Análise Direcional

Na análise direcional, os cálculos foram feitos a partir do vetor unitário das discrepâncias, que são armazenados em um arquivo, posteriormente utilizado como entrada no *software* R (R CORE TEAM, 2024). O pacote de funções VecStatGraphs3D e CircStat foram utilizados para os cálculos estatísticos.

Os parâmetros descritivos das estatísticas direcionais: Comprimento médio resultante (R), Direção média (θ) calculada em relação ao eixo N, Variância Circular (V), Desvio-padrão circular (v), Parâmetro de concentração (κ), Assimetria (s) e Curtose (k) foram calculados e analisados em conjunto. Também foram aplicados os testes de Rayleigh, Kuiper, Watson (Uniforme e Von Mises) e Rao's. Após as análises estatísticas, os gráficos foram gerados com a finalidade de possibilitar análises visuais do comportamento dos vetores em conjunto com os resultados estatísticos.

Antes de realizar a aplicação prática, o comportamento das estatísticas circulares foi verificado por três modelos simulados, constituídos por 10 pontos espalhados pela superfície de uma esfera de diferentes formas: (i) no primeiro modelo a circunferência foi dividida em intervalos iguais, assim subdividindo a amostra em 10 arcos idênticos; (ii) o segundo modelo distribui os 10 pontos sobre a circunferência em um intervalo de 10° centrado e simétrico a origem, ou seja, cinco amostra a direita da origem e cinco amostras a esquerda e; (iii) o terceiro modelo representa uma amostra bimodal com cinco pontos distribuídos em um intervalo de 5° e os demais cinco pontos rotacionados em 180° em relação aos primeiros. As representações desses modelos estão presentes na Figura 3.

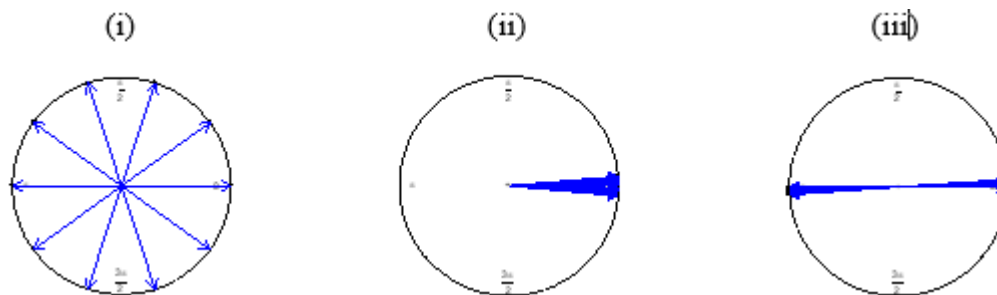


Figura 1 – Representação por vetores dos modelos simulados: (i) uniforme; (ii) concentrada; (iii) bimodal.
Fonte: Autores (2024).

As características dos modelos simulados têm como objetivo descrever o poder de avaliação da metodologia proposta em casos extremos e na detecção de possíveis comportamentos de agrupamento ou dispersão das discrepâncias. Espera-se que o primeiro modelo seja identificado como uma distribuição uniforme; o segundo modelo, como uma distribuição não uniforme, porém apresenta característica da distribuição normal, com simetria em relação à média. Já o terceiro modelo tem como objetivo avaliar o teste estatístico quando uma amostra é bimodal.

Para a aplicação prática de avaliação dos MDSs SRTM e GDEM foram utilizados os mesmos testes e parâmetros do modelo simulado, ao calcular as variáveis descritivas e testes estatísticos. Porém, foi preciso tratar os dados de discrepâncias tridimensionais e não unitárias. Para isso, calculou-se a componente unitária das discrepâncias conforme Eq. (1), (2) e (3).

$$x_{ij} = \frac{Dx_{ij}}{d_{3D}} \quad (1)$$

$$y_{ij} = \frac{Dy_{ij}}{d_{3D}} \quad (2)$$

$$z_{ij} = \frac{Dz_{ij}}{d_{3D}} \quad (3)$$

Onde:

- $Dx_{ij}, Dy_{ij}, Dz_{ij}$ são as componentes das discrepâncias posicionais;
- x_{ij}, y_{ij}, z_{ij} são as componentes unitárias das discrepâncias posicionais;
- d_{3D} é a discrepância tridimensional.

Vale ressaltar que, para as análises bidimensionais, os dados 3D devem ser decompostos em dois componentes. Para tal, é preciso transformar as coordenadas no sistema cartesiano para o sistema de coordenadas polares esférico por meio das Eq. (4) e (5). Esse processo resulta em duas circunferências: (i) azimutal, com o cálculo da colatitude (θ), que será responsável por representar o plano X e Y, e (ii) zenital, a partir da latitude (φ), que parametriza as discrepâncias verticais.

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{y_{ij}}{x_{ij}} \right) \quad (4)$$

$$\varphi = \tan^{-1} \left(\frac{z_{ij}}{\sqrt{x_{ij}^2 + y_{ij}^2}} \right) \quad (5)$$

Vale destacar também a natureza axial da latitude, uma vez que o denominador sempre será positivo, restringindo o ângulo ao intervalo de 0 a 180 graus, o que é coerente, uma vez que irá avaliar apenas a variação entre o eixo norte-sul da esfera. Visto essa característica, não será aplicado testes estatísticos sobre a latitude, somente as análises gráficas e sobre os parâmetros descritivos da estatística direcional.

3. Resultados e discussão

3.1. Análise Tradicional

Foi verificada normalidade do conjunto de discrepância posicionais por meio do teste de Shapiro-Wilk, ao nível de confiança de 90%. Os resultados mostraram que na altimetria não há normalidade em ambos os produtos e, para as componentes planimétricas, somente a componente Este (X) do SRTM-X não apresentou normalidade (Tabela 1).

Tabela 1 – Resultado do teste de normalidade para os MDS, conforme a estatística do teste de Shapiro-Wilk.

Componente		SRTM-X		GDEM2	
Planimétrica	X	p-valor = 0,0143	Não normal	p-valor = 0,5827	Normal
	Y	p-valor = 0,2818	Normal	p-valor = 0,37432	Normal
Altimétrica		p-valor = 0,053	Não normal	p-valor = 0,006	Não normal

Fonte: Autores (2024).

Diante disso, por não seguir a distribuição normal, a altimetria e a componente Este do SRTM-X não possuem os pré-requisitos mínimos para a análise do teste t de Student. Portanto, foi aplicado o teste t de Student para verificar a presença de tendências somente para as demais componentes (Tabela 2). Como alternativa para detecção de tendência no caso não normal foram aplicadas as estatísticas espaciais presentes no *software* GeoPEC. Estas estatísticas não indicaram a presença de tendências, uma vez que a Variância Circular foi maior que 0,5.

Tabela 2 – Parâmetros e resultados dos testes de tendências planimétricos e altimétricos.

Tendência	SRTM-X		GDEM2	
Planimétrica (t de Student)	$t_{tab} = 1,65$ $t_{calc N} = 5,13$	Tendencioso	$t_{tab} = 1,65$ $t_{calc E} = 3,65$ $t_{calc N} = 6,71$	Tendencioso
Planimétrica (estatísticas espaciais)	$\bar{\theta} = 54,31^\circ$ $V = 0,591$	Não Tendencioso	$\bar{\theta} = 32,57^\circ$ $V = 0,66$	Não Tendencioso
Altimétricas (t de Student)	$t_{tab} = 1,65$	Não se aplica	$t_{tab} = 1,65$	Não se aplica

Fonte: Autores (2024).

Para a planimetria, as estatísticas espaciais não indicaram tendência. Porém, o teste t de Student indicou a presença de efeitos sistemáticos no conjunto de discrepâncias. Portanto, considerando o resultado mais rigoroso, o dado espacial foi considerado tendencioso. Já para a altimetria o resultado é inconclusivo. Isso ocorreu porque não se aplicou o teste t de Student, uma vez que a amostra não seguiu a distribuição normal, e as estatísticas espaciais não são aplicáveis em discrepâncias oriundas de dados altimétricos.

Seguindo os parâmetros do Decreto 89.817/ET-ADGV (BRASIL, 1984, CONCAR, 2011 e DCT/DSG, 2016), ambos os produtos foram classificados na classe D na escala 1:100.000. Para a altimetria, considerando a equidistância vertical entre curvas de nível de 50 m, foi obtido o enquadramento na classe B, como pode ser observado na Tabela 3.

Tabela 3 – Resultado da avaliação dos MDS, relativo às acurácias planimétrica e altimétrica, conforme as recomendações do Decreto 89.817 (BRASIL, 1984)/ET-ADGV e ET-CQDG (CONCAR, 2011 e DCT/DSG, 2016).

Produto	Componente	Escala (Classe)	PEC(m)	% (di ≤ PEC)	EP(m)	RMS (di)
SRTM-X	Altimétrica	1:100.000 (B)	25	99%	16,7	12,04
	Planimétrica	1:100.000 (D)	100	92%	60	58,31
GDEM2	Altimétrica	1:100.000 (B)	25	100%	16,7	9,60
	Planimétrica	1:100.000 (D)	100	92%	60	59,43

Fonte: Autores (2024).

Os resultados permitiram concluir que o produto não é acurado, uma vez que há presença de tendência. A aceitação de ambos os produtos na classe A é condicionada a utilização de escalas menores que 1/500.000, onde o RMS é menor que o EP e 100% das discrepâncias são menores que o PEC.

Para a análise visual foi confeccionado o mapa de discrepâncias, que representou espacialmente o deslocamento entre os produtos avaliado e de referência. Foi possível perceber que há regiões com maiores discrepâncias. Entretanto, por se tratar de uma amostra extensa, o grande número de vetores tornou a análise visual não trivial, quanto a detecção de um sentido preferencial das discrepâncias.

3.2. Análise Direcional

A análise direcional (circular) foi aplicada primeiro aos modelos simulados. No primeiro conjunto amostral todas as estatísticas descritivas indicaram uniformidade dos vetores, constatando o valor esperado. Para a segunda distribuição houve a verificação da amostra ser concentrada em uma direção com comprimento médio resultante próximo de 1. Já a assimetria, com valor 0, indicou simetria em torno da média, que é uma das características da distribuição de Von Mises. Assim, essa simulação mostrou possibilidade de um conjunto de dados ser tendencioso e seguir a distribuição normal circular ou Von Mises.

Na terceira simulação, que simulou dados bimodais, o comprimento da média direcional, a variância circular e o parâmetro de concentração, não seguiram o padrão esperado. Devido a essa característica, não é possível generalizar a observação de que quando a variância amostral é próxima de 0, a distribuição é uniforme como sugerido por Santos et al (2016). Já a curtose, dentre as estatísticas descritivas dessa simulação, foi a única que indicou a não uniformidade dos dados. Portanto, isto reforça a afirmação de que as análises devem ser feitas considerando todos os parâmetros sugeridos nesta pesquisa simultaneamente. Estes resultados estão presentes na Tabela 4.

Tabela 4 – Parâmetros da estatística circular descritiva dos modelos simulados propostos.

Modelo Simulado	(i)	(ii)	(iii)
Comprimento médio resultante (\bar{R})	0	0,99	0
Direção média ($\bar{\theta}$)	0	360°	0
Variância circular (V)	1	0,001	1
Desvio padrão circular (v)	8.571	0,057	8,52
Parâmetro de concentração (κ)	0	298,822	0
Assimetria (\hat{s})	0	0	-0,069
Curtose (\hat{k})	0	-2,757	-0,996

Fonte: Autores (2024).

Quanto aos testes estatísticos, foi observado que, tanto na primeira quanto na segunda simulação, todos os resultados convergiram para o mesmo indicativo em relação a aceitação ou rejeição da hipótese inicial. Entretanto, no terceiro grupo de dados simulados não houve a concordância entre os testes estatísticos (Tabela 5). Este fato é justificável, uma vez que o resultado de um teste está ligado à adequação e ao poder de cada teste em detectar os comportamentos da amostra.

Em amostras bimodais não é aconselhado utilizar o teste de Rayleigh (JAMMALAMADAKA; SEAGUPTA, 2001). Portanto, é justificável a aceitação da hipótese de uniformidade quando era esperada a rejeição (erro do tipo I). O teste de Rao's Spacing, que se baseia no comprimento de arcos, é menos suscetível a cometer o erro do tipo I em amostras bimodais, e apresentou resultado de não uniformidade (Tabela 5).

Tabela 5 – P-valor dos testes estatísticos de uniformidade e distribuição de Von Mises relativo aos modelos simulados e análise dos resultados quanto ao indicativo de seguir ou não as distribuições testadas.

Modelo conceitual	(i)	(ii)	(iii)
Rayleigh	= 1	= 0	= 1
Kuiper	> 0,15	< 0,01	< 0,10
Watson (Uniforme)	> 0,10	< 0,01	< 0,05
Watson (Vom Mises)	> 0,10	> 0,10	< 0,01
Rao's spacing	> 0,10	< 0,001	< 0,001
Uniformidade	Sim	Não	Não
Von Mises	Sim	Sim	Não

Fonte: Autores (2024).

A avaliação dos MDS foi subdividida em três: azimutes, zênite e 3D, com o objetivo de obter uma análise completa e verificar a viabilidade de cada uma dessas análises (Tabela 6 e Tabela 7).

Tabela 6 – Parâmetros da estatística circular descritiva dos azimutes das discrepâncias relativas aos MDS.

MDS	GDEM2	SRTM-X
Comprimento médio resultante (\bar{R})	0,330	0,408
Direção média ($\bar{\theta}$)	32,48°	54,31°
Variância circular (V)	0,669	0,591
Desvio padrão circular (v)	1,487	1,337
Parâmetro de concentração (κ)	0,807	1,017
Assimetria (\hat{s})	0,248	8,341
Curtose (\hat{k})	0,140	137,598

Fonte: Autores (2024).

Tabela 7 – P-valor dos testes estatísticos de uniformidade e distribuição de Von Mises dos azimutes das discrepâncias dos MDS.

MDS	GDEM2	SRTM-X
Rayleigh	= 0	= 0
Kuiper	< 0.01	< 0.01
Watson (Uniforme)	< 0.01	< 0.01
Watson (Vom Mises)	< 0.01	< 0.05
Rao's spacing	< 0.01	< 0.001
Uniformidade	Não	Não
Vom Mises	Não	Não

Fonte: Autores (2024).

Na análise das estatísticas descritivas dos azimutes, observa-se que no produto GDEM2 as discrepâncias não seguem a distribuição uniforme, por possuir desvio-padrão circular significativo e elevado parâmetro de concentração. Já para o SRTM-X, a curtose obteve um valor elevado, indicando que a amostra não é uniformemente distribuída. Outro parâmetro de destaque é a assimetria, que indica que a amostra tende a não ser normal (Tabela 6). Esses resultados foram confirmados estatisticamente como apresentado na Tabela 7.

Além da análise estatística, os diagramas de rosas mostraram (Figura 4) que a amostra de discrepâncias possui uma direção de preferência, uma vez que é possível observar que a frequência não é uniforme por toda a esfera. Os gráficos de discrepâncias posicionais mostram como os vetores se comportam, e permitem visualizar o comportamento do vetor resultante, constatando a magnitude e a direção da concentração das discrepâncias em uma direção.

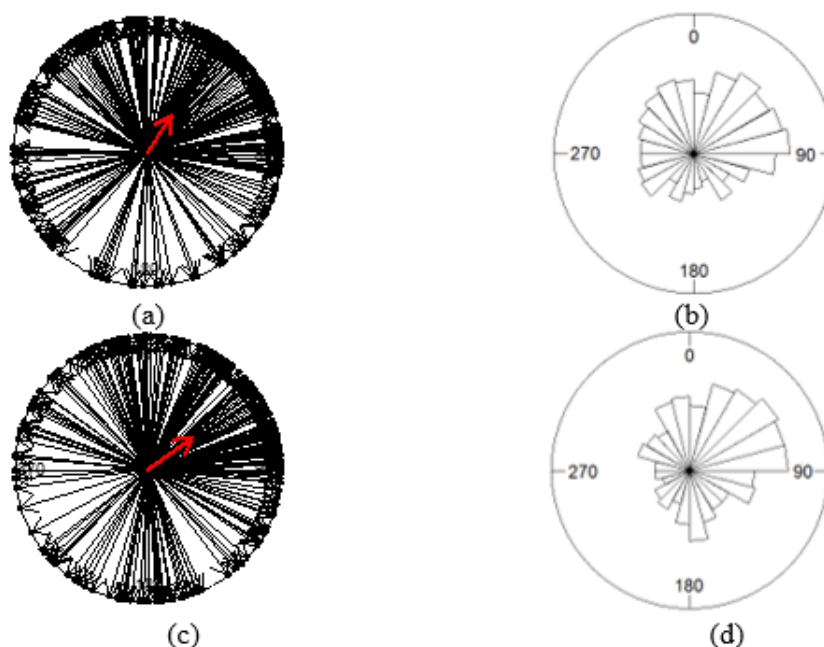


Figura 2 – Representação da componente planimétrica das discrepâncias posicionais unitárias do MDS, por meio de vetor em flechas pretas e resultante em vermelho, e diagrama de rosas relativo a frequência particionada em 30 intervalos: (a) Vetorial do GDEM2; (b) Diagrama de rosas GDEM2; (c) Vetorial do SRTM-X; (d) Diagrama de rosas SRTM-X.

Fonte: Autores (2024).

Para o ângulo zenital, as análises foram realizadas através dos parâmetros descritivos da Tabela 8. Dentre os parâmetros descritivos, destaca-se o comprimento da média direcional elevada ($\bar{\theta}$). Os parâmetros constataram a afirmação de que a amostra de discrepâncias é concentrada, com a curtose não próxima de 0 e elevado parâmetro de concentração.

Tabela 8 – Parâmetros da estatística circular descritiva dos ângulos zenitais das discrepâncias relativas aos MDS.

MDS	GDEM2	SRTM-X
Comprimento médio resultante (\bar{R})	0,884	0,882
Direção média ($\bar{\theta}$)	82,93°	105,91°
Variância circular (V)	0,116	0,032
Desvio padrão circular (v)	0,496	0,501
Parâmetro de concentração (κ)	4,993	4,828
Assimetria (\hat{s})	-1,140	2,856
Curtose (\hat{k})	5,073	4,430

Fonte: Autores (2024).

Para análise 3D, foram calculadas as principais estatísticas, que indicaram não haver evidência que a amostra de discrepâncias seja concentrada. Além disso, o teste estatístico de Rayleigh concluiu evidência moderada contra a uniformidade dos dados (Tabela 9). Portanto, foi fundamental nesse caso a análise visual dos vetores (Figura 5), na qual foi possível constatar que a amostra é unimodal. Porém, não foi possível inferir sobre a presença de uma única direção tridimensional que evidenciasse tendência.

Tabela 9 – Parâmetros da estatística esférica descritiva das discrepâncias relativas aos MDS e o P-valor do teste estatístico de uniformidade.

	GDEM2	SRTM-X
Comprimento da média direcional (\bar{R})	0.352	0.465
Colatitude ($\bar{\theta}$)	69.59°	124.01°
Longitude ($\bar{\varphi}$)	57.26°	34.15°
Parâmetro de concentração (κ)	1.536	1.861
Rayleigh teste de uniformidade (P-valor)	= 0.05	= 0.05

Fonte: Autores (2024).

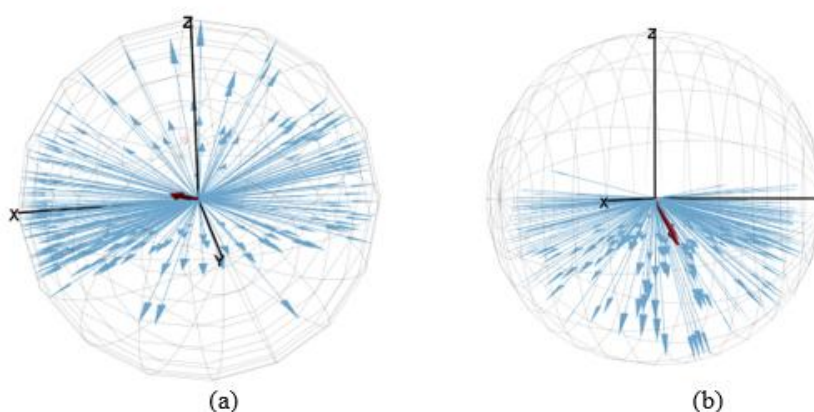


Figura 3 – Vetores unitários representativos das direções das discrepâncias posicionais simbolizados por flechas azuis e vetor resultante da direção das discrepâncias em vermelho: (a) Relativo ao MDS GDEM2 e (b) ao SRTM-X.

Fonte: Autores (2024).

Os resultados detectaram a presença de tendência em dados cartográficos utilizando as estatísticas direcionais, por meio de uma análise conjunta entre os gráficos, variáveis descritivas e testes estatísticos. Deve-se atentar para o fato de que quando aplicados isoladamente, os testes ou variáveis descritivas podem apresentar resultados inadequados e não representarem adequadamente a presença de tendência.

4. Considerações finais

Diante dos resultados, é possível concluir que a utilização da estatística circular para análises de dados cartográficos tende a contribuir com os resultados da análise de tendência, uma vez que através dela é possível inferir sobre a distribuição dos vetores de discrepâncias posicionais. A estatística circular não somente complementa as análises tradicionais, mas apresenta uma alternativa nos casos em que os dados cartográficos não seguem a distribuição Normal, onde não é possível aplicar o teste t de Student. Sendo esta uma situação comum em dados espaciais. Além, considerando-se que atualmente existem computadores com maior capacidade de esforço e processamento, sugere-se utilizar a função normal, ou seja o teste N da Normal, em trabalhos futuros em substituição ao teste t de Student.

A viabilidade da aplicação das estatísticas e os devidos cuidados a serem tomados foram verificados através dos modelos simulados. Estes resultados mostraram que a estatística circular descritiva deve ser utilizada como um indicativo do comportamento dos vetores sobre a circunferência. Além disso, também mostraram que os testes estatísticos devem ser utilizados como uma forma de confirmar os indícios levantados sobre a amostra. A análise visual por meio de gráficos se mostrou uma importante ferramenta para confirmar os resultados numéricos obtidos na verificação de uniformidade.

Outro ponto importante identificado na análise dos modelos simulados foi o comportamento dos testes estatísticos em casos bimodais. Nestes casos, verificou-se que o teste de Rayleigh tem baixo poder, além de alertar sobre os cuidados a serem tomados ao realizar as análises a partir da variância.

A aplicação da metodologia circular nas discrepâncias posicionais dos MDS GDEM2 e SRTM-X permitiu verificar a presença de tendência nos dados, uma vez que as análises sobre as componentes planimétrica e altimétricas detectaram concentração das discrepâncias em determinada direção. Portanto, a proposta se mostrou uma alternativa viável para concluir que ambos os produtos são tendenciosos, tanto na altimetria como na planimétrica, com destaque para a altimetria, onde a tendência se mostrou mais evidente, devido a maior concentração das discrepâncias.

De maneira geral, a detecção de tendência global sobre um produto foi verificada com a utilização da estatística circular. Porém, a avaliação de um produto cartográfico não envolve somente a detecção de tendência, e sim de uma análise conjunta entre tendência e precisão. Dessa forma, destaca-se a necessidade de desenvolver em trabalhos futuros a análise conjunta do módulo e da direção das discrepâncias aplicada à estatística circular, bem como aprofundar os estudos sobre as análises tridimensionais, com a finalidade de implementar metodologias mais robustas para a detecção de tendência.

Finalmente, considerando ainda cada vez mais a popularização das geotecnologias, existem análises e possibilidades mais simplificadas, levando em conta ainda que muitos dados são obtidos com boa precisão e concentração de erros que configuram uma distribuição leptocúrtica. Isso se aplica fundamentalmente nos dados obtidos por GNSS (*Global Navigation Satellite System*) e também aos obtidos por RPAs (*Remotely Piloted Aircraft System* - Sistema de aeronaves pilotadas remotamente), os quais certamente não seriam aprovados no teste de normalidade, o que sugere a busca de novas alternativas de pesquisa e resolução do problema.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao incentivo da Universidade Federal de Viçosa através do Departamento de Engenharia Civil, curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil, na realização deste trabalho, além do apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Referências

- AGOSTINELLI, C.; LUND, U. *Package “CircStats”: Circular Statistics, from ‘Topics in Circular Statistics’* (2001). Disponível em: <https://cran.r-project.org/web/packages/CircStats/index.html>. Acesso em maio de 2024.
- BRASIL. Decreto nº 89.817 de 20 de Junho de 1984. *Normas Técnicas da Cartografia Nacional*. Brasil, 1984. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/decreto/1980-1989/D89817.htm. Acesso em maio de 2024.
- CALDEIRA, C. R. T.; POLIDORI, L.; EL HAGE, M.; COBACHO ORTEGA CALDEIRA, M.; BASTOS GORGENS, E.; PIERRE HENRY BALBAUD OMETTO, J. Comparação entre os Modelos Digitais de Terreno gerados por Radar em Banda P e LiDAR na Amazônia, um estudo de caso no Amapá (Brasil): Comparison between Digital Terrain Models generated by P-Band Radar and LiDAR in the Amazon, a case study in Amapá (Brazil). **Revista de Geociências do Nordeste**, [S. l.], v. 9, n. 1, p. 59–70, 2023. DOI: 10.21680/2447-3359.2023v9n1ID31573. Disponível em: <https://periodicos.ufm.br/revistadoregne/article/view/31573>. Acesso em: 20 ago. 2024.
- CUARTERO, A.; FELICÍSIMO, A. M.; POLO, M. E.; CARO, A.; RODRÍGUEZ, P. G. Positional accuracy analysis of satellite imagery by circular statistics. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, v. 76, n. 11, p. 1275-1286, 2010. Disponível em: <https://doi.org/10.14358/PERS.76.11.1275>. Acesso em: 24 set. 2024.
- CUARTERO, A.; POLO, M. E.; RODRIGUEZ, P. G.; FELICISIMO, A. M.; RUIZ-CUETOS, J. C. The use of spherical statistics to analyze digital elevation models: An example from LiDAR and ASTER GDEM. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, v. 11, n. 7, p. 1200-1204, 2014. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/6680618>. Acesso em: 24 set. 2024.
- CONCAR. 2011. *Especificação Técnica para a Aquisição de Dados Geoespaciais Vetoriais (ET-ADGV)*. Infraestrutura Nacional de Dados Espaciais. Brasil. 2011. 2.ed. Disponível em: https://geoportal.eb.mil.br/portal/images/Documentos/2024/ET_ADGV_Vs_2_1_3.pdf. Acesso em: 24 set. 2024.

- DCT/DSG – Departamento de Ciência e Tecnologia / Diretoria do Serviço Geográfico. 2016. *Especificação Técnica para Controle de Qualidade de Dados Geoespaciais (ET-CQDG)*. Brazil, 1 Edição. Disponível em: https://docs.ufpr.br/~deni_ern/CD2020/A1/ET_CQDG_1a_edicao_2016.pdf. Acesso em: 24 set. 2024.
- FELICISIMO, A. A. et al. *Package ‘VecStatGraphs3D’*, 2015. Disponível em: <https://cran.rproject.org/web/packages/VecStatGraphs3D/index.html>. Acesso em maio de 2021.
- FISHER, N. I. Spherical medians. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, v. 47, n. 2, p. 342-348, 1985. Disponível em: <https://academic.oup.com/jrsssb/article-abstract/47/2/342/7035713>. Acesso em: 24 set. 2024.
- IBGE. *Avaliação da Qualidade de Dados Geoespaciais*. Manuais técnicos em geociências. 2. ed. - Rio de Janeiro: IBGE, 2019. Disponível em: <https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv101152.pdf>. Acesso em: 24 set. 2024.
- JAMMALAMADAKA, S. Rao; SENGUPTA, Ambar. *Topics in circular statistics*. World Scientific, 2001.
- MARDIA, Kanti V.; JUPP, Peter E. *Directional statistics*. John Wiley & Sons, 2000.
- PAULA, Fernanda Vital; CARVALHO, Thafne Sirqueira. Dados circulares: tratamento, análise e uma aplicação a dados reais. **Conexões-Ciência e Tecnologia**, v. 18, p. e022019-e022019, 2024. Disponível em: <https://conexoes.ifce.edu.br/index.php/conexoes/article/view/3300>. 2024. Acesso em: 20 ago. 2024.
- PESSI, D. D.; VIEIRA JOSÉ, J.; MIOTO, C. L. .; DIODATO, M. A.; GRIGIO, A. M. .; PARANHOS FILHO, A. C. .; MATOS DA SILVA, N. Estimating invasive grasses heights with images from a remotely piloted aircraft in Brazilian Cerrado: accuracy of Global Navigation Satellite System from Phantom 4. **Revista de Geociências do Nordeste**, [S. l.], v. 7, n. 2, p. 140–152, 2021. DOI: 10.21680/2447-3359.2021v7n2ID20423. Disponível em: <https://periodicos.ufrn.br/revistadoregne/article/view/20423>. Acesso em: 20 ago. 2024.
- POLO, María-Eugenia; FELICÍSIMO, Ángel M. Full positional accuracy analysis of spatial data by means of circular statistics. *Transactions in GIS*, v. 14, n. 4, p. 421-434, 2010. Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1467-9671.2010.01223.x>. Acesso em: 24 set. 2024.
- QGIS. QGIS 3.10.11. 2020. Disponível em: <https://ftp.osuosl.org/pub/osgeo/download/qgis/windows/QGIS-OSGeo4W-3.10.11-1-Setup-x86.exe>. Acesso em 20 ago. 2024.
- R CORE TEAM. R: *A language and environment for statistical computing*. 2024. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. Disponível em: <https://www.R-project.org/>. Acesso em 20 ago. 2024.
- SANTOS, A. P. *Controle de Qualidade Cartográfica: metodologias para avaliação da acurácia posicional tridimensional em dados espaciais*. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Viçosa, 2015. Disponível em: <https://locus.ufv.br/items/882568a8-1151-4371-b62f-6652da666d31>. Acesso em: 24 set. 2024.
- SANTOS, A. P. GeoPEC versão 3.5.2. 2019. Disponível em: <http://www.geopec.com.br/p/software-geopec.html>. 2024. Acesso em: 20 ago. 2024.
- SANTOS, A. P., MEDEIROS, N. G., SANTOS, G. R., RODRIGUES, D. D. Controle de qualidade posicional em dados espaciais utilizando feições lineares. *Boletim de Ciências Geodésicas*, v. 21, n. 2, p. 233-250, 2015. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bcg/a/H9LbCpBNkBMD3MWJt6jCbrH/abstract/?lang=pt>. Acesso em: 24 set. 2024.
- SANTOS, A. P.; RODRIGUES, D. D.; SANTOS, N. T.; GRIPP JUNIOR, J. Avaliação da acurácia posicional em dados espaciais utilizando técnicas de estatística espacial: Proposta de método e exemplo utilizando a norma Brasileira. *Boletim de Ciências Geodésicas*, v. 22, n. 4, p. 630–650, 2016. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bcg/a/VksYzhPKpNbf54hQ5JQfnnL>. Acesso em: 24 set. 2024.
- SANTOS, A. P.; MEDEIROS, N. G.; POZ, A. P.; SANTOS, G. R.; RODRIGUES, D. D.; EMILIANO, P. C. Methodology for the Extraction of Homologous Points From a Dem/Dsm To Evaluate the Relative Positional Accuracy. *Boletim de*

Ciências Geodésicas, [S. l.], v. 26, n. 2, 2020. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bcg/a/VxydKRtSN4jgk7tgzM69kKK/?lang=en>. Acesso em: 24 set. 2024.

VITTI, D. M. C.; MAUAD, F. F.; MARQUES JUNIOR, A.; INOCÊNCIO, L. C.; VERONEZ, M. R. Análise Direcional de Erros Sistemáticos em Ortomosaico gerado por meio de RPAS. *Revista Brasileira de Cartografia*, v. 70, p. 1566-1594, 2018. Disponível em: <https://seer.ufu.br/index.php/revistabrasileiracartografia/article/view/44563>. Acesso em: 24 set. 2024.