

## Determinação do índice de refração vertical, utilizando visadas reciprocas e simultâneas: análise de sua aplicação no cálculo do desnível utilizando nívelamento trigonométrico

*Determination of the vertical refractive index, using reciprocal and simultaneous views: analysis of its application in calculating the unevenness using trigonometric leveling*

Dayane Wiggers<sup>1</sup>; Pedro Luis Faggion<sup>2</sup>; Wander da Cruz<sup>3</sup>; Samir de Souza Oliveira Alves<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Universidade Federal do Paraná/Departamento Geomática, Curitiba/PR, Brasil. Email: dayane@ufpr.br

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7339-9436>

<sup>2</sup> Universidade Federal do Paraná/Departamento Geomática, Curitiba/PR, Brasil. Email: dayane@ufpr.br

ORCID D: <https://orcid.org/0000-0002-4881-8720>

<sup>3</sup> Universidade Federal do Paraná/Departamento Geomática, Curitiba/PR, Brasil. Email: dayane@ufpr.br

ORCID D: <https://orcid.org/0000-0003-0738-1283>

<sup>4</sup> Universidade do Estadual do Rio de Janeiro/Departamento de Engenharia Cartográfica, Rio de Janeiro/RJ, Brasil. Email: samir.alves@eng.uerj.br

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3083-0681>

**Resumo:** A segurança e a eficiência operacional de barragens são aspectos cruciais para sua utilização. No entanto, o monitoramento dessas estruturas enfrenta diversos desafios. No contexto do monitoramento de barragens, a utilização de estações totais tem sido uma prática para o controle do deslocamento de pontos de monitoramento. No entanto, a refração atmosférica pode introduzir erros significativos nas medições realizadas, afetando a precisão e confiabilidade dos resultados. Pensando nisso, neste trabalho foi realizado um estudo na usina hidrelétrica de geração de energia denominada, Jayme Canet Junior, para avaliar como são os efeitos da refração atmosférica na determinação da constante de refração ( $k$ ), necessária para o cálculo de desníveis utilizando nívelamento trigonométrico, utilizando como referência os desníveis obtidos pelo método de nívelamento geométrico de primeira ordem. A partir da equação do método de nívelamento trigonométrico, calculou-se o valor do índice de refração local, de forma reciproca e simultânea, entre três pilares. Dois situados montante, na margem direita (P1) e na margem esquerda (P2) e um terceiro a jusante. As medições foram realizadas em três períodos distintos do dia. Após os cálculos, analisou-se o comportamento do índice de refração, sua relação com as condições atmosféricas local e nos valores de desnível entre os pilares P1, P2 e P3 e dois pontos de monitoramento situados na crista da barragem, denominados CG01 e CG02. Analisando os valores dos desníveis obtidos através do nívelamento trigonométrico, utilizando o índice de refração ( $k$ ) calculado, em cada período e para cada linha de visada, é possível perceber que os valores dos desníveis apresentam melhora na maior parte dos casos em comparação com o emprego do valor  $k = 0,13$ . Porém, este mesmo comportamento não foi observado para os desníveis obtidos a partir do Pilar 3 (P3 – CG01; P3 – CG02), situado a jusante da barragem. Estima-se que esse fenômeno ocorreu em função da alta umidade do local, devido a névoa, provocada em razão da vazão da água pelo vertedouro, que estava com as três portas abertas.

**Palavras-chave:** Índice de refração vertical; Monitoramento de estruturas; Nívelamento.

**Abstract:** The safety and operational efficiency of dams are crucial aspects for their use. However, monitoring these structures faces several challenges. In the context of dam monitoring, the use of total stations has been a practice for controlling the movement of monitoring points. However, atmospheric refraction can introduce significant errors into the measurements performed, affecting the accuracy and reliability of the results. With this in mind, in this work a study was carried out at the hydroelectric power generation plant called Jayme Canet Junior, to analyze the effects of atmospheric refraction in determining unevenness, using data obtained by the first order geometric leveling method. Using the trigonometric leveling method equation, the value of the local refractive index was calculated, reciprocally and simultaneously, between three pillars located on the banks of the dam and in three different periods of the day. After this calculation, the behavior of the refractive index was analyzed, its relationship with local atmospheric conditions and the difference in level between pillars P1, P2 and P3 and two monitoring points located on the crest of the dam, called CG01 and CG02. Analyzing the unevenness values obtained through trigonometric leveling, using the calculated refractive index ( $k$ ), in each period and for each line of sight, it is possible to see that the unevennesses show improvement in most cases compared to  $k = 0,13$ . However, this same behavior was not observed for the differences in level obtained from Pillar 3 (P3 – CG01; P3 – CG02), located downstream of the dam. It is estimated that this phenomenon occurred due to the high humidity in the area, due to fog, caused by the flow of water through the spillway, which had three gates open.

**Keywords:** Vertical refractive index; Monitoring of structures; Leveling.

Recebido: 26/06/2024; Aceito: 10/03/2025; Publicado: 08/04/2025.

## 1. Introdução

A segurança e a eficiência operacional de barragens são aspectos cruciais para sua utilização. No entanto, o monitoramento dessas estruturas enfrenta diversos desafios. No contexto do monitoramento de barragens, a utilização de estações totais tem sido uma prática para o controle do deslocamento de pontos de monitoramento dessas estruturas. No entanto, a refração atmosférica pode introduzir erros significativos nas medições realizadas por estas estações, afetando a precisão e confiabilidade dos resultados.

A refração atmosférica é um fenômeno óptico, que resulta da variação da densidade do ar, devido a variação de parâmetros ambientais como, temperatura, pressão e umidade, causando um desvio da onda eletromagnética utilizada pelo equipamento para realizar as medições (RUEGER, 1996). Essa curvatura pode distorcer a geometria das medições realizadas, afetando assim a determinação das coordenadas e consequentemente o monitoramento dos pontos de interesse na estrutura.

Esse fenômeno tem sido objeto de estudo em diversas áreas, incluindo geodésia, e ocorre devido à variação da densidade do ar, resultando na curvatura dos feixes de luz à medida que atravessam diferentes camadas da atmosfera (TORGE, 2001). A influência da refração atmosférica no monitoramento de estruturas, como barragens de geração de energia, tem despertado crescente interesse devido a diversos acidentes e incidentes ocorridos nos últimos anos.

Estudos anteriores têm investigado os efeitos da refração atmosférica nas medições realizadas por estações totais em diversas condições ambientais e geográficas. Por exemplo, pesquisas de Shen et al. (2017) demonstraram que a refração atmosférica pode causar desvios consideráveis nas medições de distância e direção, especialmente em regiões com variações abruptas de temperatura e umidade.

Para mitigar os efeitos adversos da refração atmosférica na determinação de desnível com estação total, têm sido propostas diferentes abordagens. Uma delas é a utilização de modelos matemáticos para corrigir as medições, considerando as condições atmosféricas locais. Estes modelos consideram parâmetros como temperatura, pressão e umidade do ar, para calcular os desvios introduzidos pela refração atmosférica e corrigir os valores medidos de acordo com esse parâmetro.

Em suma, compreender e mitigar os efeitos da refração atmosférica nas medições com estação total é fundamental, para garantir a segurança e eficiência operacional dessas estruturas. Futuras pesquisas nesta área, podem se concentrar no desenvolvimento de modelos mais precisos e eficazes de correção atmosférica, bem como na integração de diferentes técnicas de monitoramento, para obter resultados mais confiáveis.

Nesse trabalho foram estudados os efeitos da refração atmosférica, utilizando dados dos desníveis obtidos pelo método de nivelamento geométrico de primeira ordem, com precisão melhor que 1mm/km e a partir da equação do método de nivelamento trigonométrico, calculou-se o valor do índice de refração local, em três períodos do dia e com características de temperatura, pressão e umidade distintas. Após esse cálculo, analisou-se o comportamento do índice de refração, nos valores de desnível, entre esses pilares (P1, P2 e P3) e dois pontos situados na crista da barragem, denominados CG01 e CG02.

## 2. Metodologia

### 2.1 Área de estudo

A área de estudo localiza-se na Usina Hidrelétrica Governador Jayme Canet Júnior, que fica entre os municípios de Ortigueira e Telêmaco Borba, formado pelo represamento do rio Tibagi, pertencente a região do Salto Mauá, no estado do Paraná, no Brasil. A barragem atende ao consumo de aproximadamente 1 milhão de pessoas, feita em concreto compactado a rolo e dimensões de 745 m de comprimento na parte superior e 85 m de altura máxima, proporcionando a formação de 83,9 km<sup>2</sup> de área inundada no reservatório, quando operado em seu nível máximo (WIGGERS et al, 2020).



*Figura 1 – Área onde foram realizados os levantamentos.*

*Fonte: Adaptado de Siguel (2013).*

## 2.2 Equipamentos Utilizados

Para a medição das direções horizontais, ângulos verticais e distâncias inclinadas, utilizou-se três Estações Totais, duas Leica, modelo TS15 e uma TCRA 1205, as quais possuem a capacidade de realizar leituras de forma automática, através da função de reconhecimento automático de alvos (ATR), um sistema de detecção do prisma com maior rapidez e menor influência do operador.

As estações TS15 quando utilizadas em conjunto com o prisma Leica modelo GPR111, possuem precisão da medida angular de 3" e 5" e precisão linear de 1mm + 1,5ppm (LEICA GEOSYSTEMS, 2015A). Já a estação TCRA1205 possui precisão angular de 5" e linear de 1mm +1,5ppm (LEICA GEOSYSTEMS, 2015B).

Esses equipamentos foram submetidos a rigorosos critérios de verificação, com a utilização de colimadores, assim como uma base linear para calibração de seu medidor eletrônico de distância, em estruturas disponíveis do Laboratório de Instrumentação Geodésica (LAIG), pertencente a Universidade Federal do Paraná, onde também são classificados, garantindo a confiabilidade da precisão nominal do instrumento.

Juntamente com a estação total, utilizam-se prismas Leica, modelo GPR111, que foram instalados acima da alça do equipamento, para que fosse possível realizar visadas recíprocas e simultâneas. E nos pontos CG01 e CG02 utilizou-se Prismas 360°, modelo ZRD121.



Figura 2 – Instalação prisma na alça da estação total.

Fonte: Autores (2024).

Já os dados de nivelamento geométrico foram obtidos com o nível digital Leica DNA03 capaz de realizar medições eletronicamente com um desvio padrão de  $\pm 0,3$  mm/km para duplo nivelamento, quando utilizada mira de invar gravada em código de barras (LEICA GEOSYSTEMS, 2006). Juntamente com o conjunto de nível e mira, faz-se necessário durante o caminhamento à utilização de sapatas, de modo a garantir que o mesmo ponto seja ocupado na leitura de ré e vante. Para as medidas da altura das roscas, utilizou-se um paquímetro com precisão nominal de 0,01mm.

O conjunto nível e mira é calibrado periodicamente também no Laboratório de Instrumentação Geodésica, onde através da utilização de um interferômetro é possível estabelecer uma equação de correção das medidas, garantindo a confiabilidade da precisão nominal do instrumento. Mais detalhes podem ser consultados em Gemin (2017).

A temperatura, pressão atmosférica e umidade foram medidas por uma estação meteorológica portátil, o termohigrômetro Datalogger, cuja precisão na medida da pressão é  $\pm 1,5$  mbar, da temperatura é de  $\pm 1^\circ\text{C}$  e de umidade relativa  $\pm 3\%$ .

### 2.3 Levantamento de Campo

Nos dias 13 e 14 de novembro de 2023, realizou-se o nivelamento trigonométrico em três posições distintas, duas delas a montante do barramento e uma a jusante. O ponto denominado Pilar 01 situa-se na margem direita, a montante do barramento, o Pilar 02, também a montante, na margem esquerda, o Pilar 03 encontra-se a jusante.

Esses três pilares foram instalados antes mesmo da finalização da construção da barragem e para certificar sua estabilidade, foram construídos de forma que sua fundação alcance as rochas da região (SIGUEL, 2013). Na parte superior dos pilares foi instalado um sistema de centragem forçada, com uma rosca padrão 5/8", compatível com os equipamentos geodésicos. Este sistema garante que esses pontos possam ser reocupados pelo equipamento ou prisma em épocas distintas. De acordo com Nadal (2000), a estimativa da repetibilidade na reocupação utilizando esse sistema é da ordem do décimo de milímetro.



*Figura 3 – Pontos utilizados nos levantamentos (norte verdadeiro).*

*Fonte: Wiggers et al. (2025).*

Para que fosse possível realizar as visadas recíprocas e simultâneas, desenvolveu-se um adaptador acoplado a alça da estação total, que materializa a projeção do ponto cardan da estação. Este, foi desenvolvido pelos autores, através do escaneamento da alça, de forma que suas dimensões fossem estabelecidas, em seguida o projeto da peça foi realizado, através do software Tinkercad e então utilizando a impressora 3D, marca Creality CR10 V2, foi possível imprimir a peça que foi fixada na alça das estações totais, através de abraçadeiras de nylon.



*Figura 4 – Suportes desenvolvidos para o levantamento em visadas recíprocas.*

*Fonte: Autores (2024).*

O procedimento de campo fundamentou-se na realização de seis séries de leituras, em pontaria direta e inversa da luneta (PD, PI). O levantamento foi realizado em três horários distintos, no dia 13 no período da tarde, com início às 15 h 37 min e término 16 h, no dia 14 no período da manhã um levantamento, com início às 7 h e 13 min e finalização às 7 h e 31 min e outro também no período da manhã, com início às 10 h e 59 min e finalização às 11 h 14 min. As visadas foram realizadas simultaneamente entre os pilares 01 e 02 e depois entre os pilares 02 e 03, também de forma simultânea. Os pontos CG01 e CG02 foram visados a partir dos três pilares, de forma simultânea, com a utilização de prismas 360°. Com a utilização de rádios de comunicação, estabeleceu-se o momento de início das medições. Durante o levantamento realizou-se a medição da temperatura, pressão e umidade em cada um dos pilares, ocupados pelas estações totais.

O nivelamento geométrico entre os três pilares foi realizado em outras campanhas, já que os autores pertencem a um grupo de trabalho que desenvolve atividades de pesquisa, no monitoramento dessa barragem, há um longo período. Os nivelamentos foram realizados seguindo todas as recomendações contidas nas especificações e normas para levantamentos

topográficos da NBR 13133 (ABNT, 2021), e nas Especificações e Normas Gerais para Levantamentos Geodésicos em território brasileiro, do IBGE (IBGE,1983) e apresentam valores de erro cometido menores que os valores de erro permitido, em todas as seções.

No nivelamento geométrico entre os pilares 01 e 02, utilizou-se os dados da última campanha realizada em janeiro de 2023. O trabalho iniciou-se no Pilar 02, com a mira de invar apoiada em cima do parafuso de centragem forçada (Figura 5), o caminhamento até o Pilar 01, foi realizado utilizando pontos auxiliares materializados com o auxílio das sapatas, passando pelos pontos CG01 e CG02, localizados na crista da barragem e então pelo referencial de nível (RN) 5, que está localizado ao lado do Pilar 01. Utilizou-se o método de leitura da mira ré, vante, vante, ré para o cálculo do desnível.

Do Pilar 01 até o Pilar 03 existe somente uma campanha de nivelamento geométrico, realizado em julho de 2019. Que foi conduzida da mesma maneira descrita acima, terminando novamente com a mira apoiada em cima do parafuso de centragem forçada do Pilar 03. Após a finalização, com o auxílio de um paquímetro mediu-se a altura das roscas, de forma que todos os desníveis tivessem como referência a base da rosca, a mesma utilizada pelo nivelamento trigonométrico.

A partir dos dados de distância entre o equipamento e a mira, posicionada a ré e a vante, e os valores da altura das miras observadas, o desnível entre os dois pontos será a o valor medido em ré, menos o valor medido em vante. Considerando a base da rosca de centragem forçada, sendo assim, a equação de nivelamento geométrico, dois termos são introduzidos quando essas medições forem realizadas acima das roscas, que se refere a essa altura.

Equação 1 Cálculo desnível geométrico reduzido a base das roscas:

$$\Delta H_{AB \text{ reduzido}} = L_{ré} + H_{ré} - L_{vante} - H_{vante}$$

Em que:  $\Delta H_{AB \text{ reduzido}}$  = Desnível de A para B reduzido a base da rosca,  $L_{ré}$  = Leitura da altura na mira de ré,  $H_{ré}$  = Altura da rosca na leitura de ré,  $L_{vante}$  = Leitura da altura na mira de vante,  $H_{vante}$  = Altura da rosca na leitura de vante.



*Figura 5 – Nivelamento geométrico no pilar de centragem forçada.*  
Fonte: Autores (2024).

## 2.4 Processamento dos dados

Após a coleta dos dados com a estação total, conforme instruções indicadas no manual do equipamento, é necessário corrigir as distâncias medidas, devido às variações das condições atmosféricas (LEICA GEOSYSTEMS, 2015A). Sabendo disso, no mesmo instante da realização das medições, efetuou-se o levantamento das condições atmosféricas, utilizando o equipamento termohigrômetro Datalogger, com intervalos de 5 segundos em cada registro, os parâmetros não variaram significativamente ao longo do levantamento, logo foram utilizados seus valores médios.

Tabela 1 – Variações de Temperatura, Pressão e Umidade

	Pilar 01 - Pilar 02		
	Temperatura (°C)	Pressão (mBar) (mbbcsedk mBar)	Umidade (%)
Tarde	34,0	934,1	59,9
Manhã 1	21,6	938,1	91,3
Manhã 2	21,6	936,5	70,5
	Pilar 02 - Pilar 01		
Tarde	29,8	934,2	61,6
Manhã 1	22,8	936,6	77,5
Manhã 2	22,8	935,0	63,6
	Pilar 02 - Pilar 03		
Tarde	29,0	934,3	64,8
Manhã 1	22,1	936,3	78,5
Manhã 2	22,1	935,2	63,9
	Pilar 03 - Pilar 02		
Tarde	28,4	940,2	73,2
Manhã 1	22,8	942,5	88,4
Manhã 2	22,8	942,1	76,7

Fonte: Autores (2024).

Conhecendo as informações de pressão, umidade e temperatura, medidos durante o levantamento, é possível realizar a correção dos valores das distâncias inclinadas medidos (LEICA GEOSYSTEMS, 2015A; LEICA GEOSYSTEMS, 2015B):

Equação 2 Correção atmosférica TS15:

$$\Delta D = 286,338 - \left[ \frac{0,29535p}{1 + \alpha t} - \frac{4,126 \cdot 10^{-4}h}{1 + \alpha t} \cdot 10^x \right]$$

Equação 3 Correção atmosférica TCRA1205:

$$\Delta D = 286,34 - \left[ \frac{0,29525p}{1 + \alpha t} - \frac{4,126 \cdot 10^{-4}h}{1 + \alpha t} \cdot 10^x \right]$$

Em que:  $\Delta D$  = Correção atmosférica em PPM,  $p$  = Pressão em mbar ou hPa,  $t$  = Temperatura em °C,  $h$  = Umidade do ar em %,  $\alpha = 1/273,15$  e  $x = \left( \frac{7,5t}{237,3+t} \right) + 0,7857$ .

Para a correção das distâncias inclinadas utilizou-se o software Excel. Com os valores das distâncias inclinadas corrigidas e dos ângulos verticais medidos, é possível encontrar os valores das componentes da distância vertical e horizontal.

Utilizando a equação para cálculo do desnível através do nivelamento trigonométrico é possível rearranjá-lo de forma que seja possível encontrar o valor do índice de refração, já que o valor do desnível obtido através do nivelamento geométrico é conhecido, ou seja, o  $\Delta H_{AB}$ .

Equação 4 Cálculo desnível trigonométrico:

$$\Delta H_{AB} = h_i - h_s + D_v + \frac{D_h^2}{2R} + \frac{kD_h^2}{2R}$$

Em que:  $\Delta H_{AB}$  = Desnível de A para B,  $h_i$  = Altura do instrumento,  $h_s$  = Altura do sinal (Prisma),  $D_v$  = Componente de distância inclinada no eixo vertical,  $D_h$  = Componente da distância inclinada no plano horizontal,  $R$  = Raio da terra,  $k$  = Coeficiente de refração.

Se isolarmos o termo  $k$ , que se refere ao coeficiente de refração, pode-se escrever uma equação para a sua determinação.

Equação 5 Cálculo coeficiente de refração vertical:

$$k = \frac{(2R\Delta H_{AB} + 2Rh_i - 2Rh_s + 2RD_v + D_h^2)}{D_h^2}$$

Em que: k = Coeficiente de refração vertical, R = Raio da terra,  $\Delta H_{AB}$  = Desnível de A para B,  $h_i$  = Altura do instrumento,  $h_s$  = Altura do Prisma,  $D_v$  = Componente de distância inclinada no eixo vertical,  $D_h$  = Componente da distância inclinada no plano horizontal.

### 3. Resultados e discussão

#### 3.1 Nivelamento geométrico

Os valores dos desníveis entre os pilares e os pontos CG01 e CG02, conforme descrito anteriormente e reduzidos a base da rosca, são apresentados na tabela 2.

*Tabela 2 – Desníveis geométrico entre os pontos.*

Linha	Desnível (m)
Pilar01 - Pilar02	11,2944
Pilar02 - Pilar01	-11,2944
Pilar02 - Pilar03	-65,8658
Pilar03 - Pilar02	65,8658
Pilar01 - CG01	-4,2619
Pilar01 - CG02	-4,2605
Pilar02 - CG01	-15,5546
Pilar02 - CG02	-15,5531
Pilar03 - CG01	50,3095
Pilar03 - CG02	50,3110

*Fonte: Autores (2024).*

#### 3.2 Índice de refração vertical

Com as distâncias inclinadas já corrigidas dos efeitos ambientais, conforme equações 2 e 3, analisou-se a precisão das distâncias medidas com MED, segundo NBR 13.133 (ABNT, 2021), que foi da ordem de 1,4 mm. Utilizando-se a Equação 5 e com as informações das componentes da distância vertical e horizontal e os valores da altura do instrumento e do prisma, calculou-se os valores do coeficiente de refração vertical para todas as visadas separadamente. Esse cálculo foi realizado para as quatro linhas de visada, em três períodos do dia em que o levantamento foi realizado, sendo possível avaliar o índice de refração vertical ao longo de cada visada individualmente. O índice de refração vertical poderia ser calculado através da equação 4, onde os valores de  $\Delta H_{AB}$ , como foram medidos de forma recíproca e simultânea entre os pilares poderiam ser considerados iguais, mas optou-se por utilizar o valor obtido através do nivelamento geométrico, pois este método garante maior precisão nos resultados, sendo considerado como referência.

*Tabela 3 – Alturas do instrumento e prisma.*

ALTURAS	(mm)
$h_i$ (P1 P2 P3)	236,7
$h_s$ (P1 P2 P3)	466,2
$h_s$ (P2 - P1) manhã e almoço	469,2

Hs prisma	300,0
-----------	-------

Fonte: Autores (2025).

Tabela 4 – Distâncias período da tarde.

DISTÂNCIAS CORRIGIDAS	Ângulo zenital	Dh (m)	Dv (m)	DI s/ correção	DI c/ correção
Pilar 01 - Pilar 02	89°7'59"	757,8341	11,4717	757,8890	757,9210
Pilar 02 - Pilar 01	90°50'22"	757,8309	-11,1013	757,8830	757,9122
Pilar 02 - Pilar 03	96°19'18"	592,8706	-65,6834	596,4754	596,4980
Pilar 03 - Pilar 02	83°38'20"	592,8774	66,0854	596,5278	596,5492

Fonte: Autores (2025).

Tabela 5 – Distâncias período da manhã 1.

DISTÂNCIAS CORRIGIDAS	Ângulo zenital	Dh (m)	Dv (m)	DI s/ correção	DI c/ correção
Pilar 01 - Pilar 02	89°8'4"	757,8304	11,4713	757,8940	757,9172
Pilar 02 - Pilar 01	90°50'22"	757,8363	-11,0925	757,8934	757,9175
Pilar 02 - Pilar 03	96°19'20"	592,8717	-65,6812	596,4802	596,4989
Pilar 03 - Pilar 02	83°38'20"	592,8774	66,0930	596,5319	596,5500

Fonte: Autores (2025).

Tabela 6 – Distâncias período da manhã 2.

DISTÂNCIAS CORRIGIDAS	Ângulo zenital	Dh (m)	Dv (m)	DI s/ correção	DI c/ correção
Pilar 01 - Pilar 02	89°8'3"	757,8319	11,4746	757,8904	757,9188
Pilar 02 - Pilar 01	90°50'24"	757,8307	-11,1108	757,8836	757,9122
Pilar 02 - Pilar 03	96°19'27"	592,8719	-65,6940	596,4782	596,5005
Pilar 03 - Pilar 02	83°38'20"	592,8783	66,0855	596,5294	596,5500

Fonte: Autores (2025).

Tabela 7 – Índice de refração para cada linha de visada.

Linha de visada	Período	k
Pilar 01 - Pilar 02	Tarde	-0,1235
	Manhã 1	-0,1329
	Manhã 2	-0,0587
Pilar 02 - Pilar 01	Tarde	0,1505
	Manhã 1	0,2784
	Manhã 2	-0,1293
Pilar 02 - Pilar 03	Tarde	-0,7144
	Manhã 1	-0,6344
	Manhã 2	-1,1013
Pilar 03 - Pilar 02	Tarde	0,6397
	Manhã 1	0,9151
	Manhã 2	0,6432

Fonte: Autores (2025).

Observa-se que os valores de  $k$  encontrados, apresentam um comportamento muito semelhante para cada linha de visada. Como as medições foram realizadas de forma recíprocas e simultâneas, ou seja, as condições ambientais ao longo do caminho da onda eletromagnética eram as mesmas, pode-se perceber que os valores dos índices de refração vertical apresentaram valores próximos, mas com sinal contrário.

Quando o meio ao qual as medidas são realizadas, apresentam uma densidade variável, existirá uma curvatura desse feixe, de forma que ele percorra o menor percurso óptico, logo, ao analisar os valores de pressão, temperatura e umidade relativa, podemos fazer uma aproximação do valor da densidade na região próxima aos pilares, onde os parâmetros ambientais foram medidos.

### 3.3 Densidade

Para calcular o valor da densidade precisaríamos levar em conta uma série de fatores como composição do ar, umidade, poluição, além de aspectos termodinâmicos, o que na prática é bastante complexo. Segundo Gill, 1982 o ar seco tem uma composição pouco variável (Nitrogênio 78,1%, Oxigênio 21,0% e Argônio 0,9%), o que varia nesse caso é a quantidade de vapor de água presente nessa mistura. Segundo Petty (2008) a água diferente dos gases permanentes, está constantemente variando na atmosfera. Essas mudanças ocorrem principalmente pela sua evaporação da superfície e da vegetação. Como esses processos dependem, fortemente, das condições locais, a distribuição da água na atmosfera é altamente variável.

Partindo da definição descrita em Petty (2008), que estabelece uma relação matemática para o cálculo da densidade, através de aproximações que partem da definição da lei dos gases ideias, e transformam a temperatura medida em uma temperatura virtual, que é definida como a temperatura que uma parcela de ar seco teria, para que a densidade da parcela seja, igual à densidade da parcela de ar úmido, supondo com as mesmas condições de pressões.

Equação 6 Definição temperatura virtual:

$$T_v = \left[ 1 + \left( \frac{1}{\varepsilon} - 1 \right) q \right] T$$

$$\varepsilon = \frac{R_d}{R_v} = 0,622$$

$$q \approx w = 0,03$$

Em que:  $T_v$  = Temperatura virtual (K),  $R_d$  = constante do gás para o ar seco,  $R_v$  = constante do gás para o vapor de água pura,  $w$  = razão entre a massa de vapor de água e massa de ar seco,  $T$  = Temperatura (K).

*Tabela 8 – Temperatura virtual para cada linha de visada.*

Linha de visada	Período	Temperatura Virtual (K)
Pilar 01 - Pilar 02	Tarde	312,7498
	Manhã 1	300,1237
	Manhã 2	300,1237
Pilar 02 - Pilar 01	Tarde	308,4732
	Manhã 1	301,3456
	Manhã 2	301,3456
Pilar 02 - Pilar 03	Tarde	307,6586
	Manhã 1	300,6329
	Manhã 2	300,6329
Pilar 03 - Pilar 02	Tarde	307,0477
	Manhã 1	301,3456
	Manhã 2	301,3456

*Fonte: Autores (2024).*

Mais detalhes dessa definição, pode ser consultada em Perry (2008).

Conhecendo os valores da temperatura virtual, pressão e constante específica do ar seco, é possível calcular o valor da densidade do ar.

Equação 7 Cálculo densidade do ar:

$$p = \rho R_d T_v$$

Em que:  $p$  = Densidade do Ar,  $R_d$  = Constante específica para o ar seco (287,047J/kg K),  $T_v$  = Temperatura virtual (K),  $p$  = Pressão (Pa).

*Tabela 9 – Densidade do pilar durante o levantamento da linha de visada correspondente.*

Linha de visada	Período	Densidade
Pilar 01 - Pilar 02	Tarde	1,041
	Manhã 1	1,089
	Manhã 2	1,087
Pilar 02 - Pilar 01	Tarde	1,055
	Manhã 1	1,083
	Manhã 2	1,081
Pilar 02 - Pilar 03	Tarde	1,058
	Manhã 1	1,085
	Manhã 2	1,084
Pilar 03 - Pilar 02	Tarde	1,067
	Manhã 1	1,090
	Manhã 2	1,089

*Fonte: Autores (2025).*

De acordo com Torge (2001), a variação da densidade tem um impacto direto na velocidade de propagação da onda eletromagnética empregada nas medições, o que pode resultar em alterações no tempo de deslocamento e na curvatura desse feixe. Como o índice de refração é influenciado por parâmetros ambientais e, consequentemente, pela densidade do meio, essas variações também afetarão seu valor (RÜEGER, 1990).

A relação entre a densidade do ar e o índice de refração vertical é fundamental em levantamentos geodésicos, pois influencia a precisão das medições de distância e ângulo. À medida que a densidade do ar varia com as condições atmosféricas, o índice de refração também se altera, afetando a trajetória da onda eletromagnética. Em regiões que apresentam maior densidade, o índice de refração tende a ser maior, resultando em uma curvatura que pode distorcer as medições. Por outro lado, onde a densidade do ar é menor, o índice de refração diminui, o que pode introduzir erros na determinação das coordenadas. Portanto, para garantir a precisão em levantamentos geodésicos, é essencial considerar essas variáveis e aplicar correções adequadas que levem em conta as condições atmosféricas locais.

Com os valores do índice de refração, é possível calcular os desniveis obtidos através do nívelamento trigonométrico entre os Pilares (P1, P2 e P3) e os pontos CG01 e CG02, esses desniveis foram calculados utilizando os valores de índice de refração calculado e do índice de refração igual a 0,13, para que fosse possível a comparação dos dois.

*Tabela 10 – Desnível através do nívelamento trigonométrico e suas diferenças com o desnível através do nívelamento geométrico entre os pilares e o ponto CG01.*

Linha	TARDE			
	Desnível (k = 0.13)	Desnível (k calc)	Diferença (m) (k = 0.13) - Geométrico	Diferença (m) (k calc) - Geométrico
Pilar01 - CG01(K=P1-P2)	-4,2667	-4,2653	-0,0048	-0,0033

Pilar02 - CG01(K=P2-P1)	-15,5446	-15,5451	0,0100	0,0095
Pilar02 - CG01(K=P2-P3)	-15,5446	-15,5265	0,0100	0,0280
Pilar03 - CG01(K=P3-P2)	50,3274	50,3274	0,0179	0,0179
<b>MANHÃ 1</b>				
Linha	Desnível (k = 0.13)	Desnível (k calc)	Diferença (m) (k = 0.13) - Geométrico	Diferença (m) (k calc) - Geométrico
Pilar01 - CG01(K=P1-P2)	-4,2640	-4,2629	-0,0020	-0,0009
Pilar02 - CG01(K=P2-P1)	-15,5446	-15,5463	0,0100	0,0083
Pilar02 - CG01(K=P2-P3)	-15,5431	-15,5167	0,0115	0,0379
Pilar03 - CG01(K=P3-P2)	50,3263	50,3274	0,0168	0,0179
<b>MANHÃ 2</b>				
Linha	Desnível (k = 0.13)	Desnível (k calc)	Diferença (m) (k = 0.13) - Geométrico	Diferença (m) (k calc) - Geométrico
Pilar01 - CG01(K=P1-P2)	-4,2648	-4,2637	-0,0028	-0,0017
Pilar02 - CG01(K=P2-P1)	-15,5449	-15,5393	0,0097	0,0152
Pilar02 - CG01(K=P2-P3)	-15,5449	-15,5185	0,0097	0,0361
Pilar03 - CG01(K=P3-P2)	50,3273	50,3284	0,0178	0,0189

Fonte: Autores (2024).

Tabela 11 – Desnível através do nivelamento trigonométrico e suas diferenças com o desnível através do nivelamento geométrico entre os pilares e o ponto CG02.

Linha	TARDE			
	Desnível (k = 0.13)	Desnível (k calc)	Diferença (m) (k = 0.13) - Geométrico	Diferença (m) (k calc) - Geométrico
Pilar01 - CG02(K=P1-P2)	-4,2725	-4,2730	-0,0121	-0,0126
Pilar02 - CG02(K=P2-P1)	-15,5459	-15,5459	0,0073	0,0072
Pilar02 - CG02(K=P2-P3)	-15,5459	-15,5477	0,0073	0,0054
Pilar03 - CG02(K=P3-P2)	50,3294	50,3229	0,0184	0,0119
Linha	<b>MANHÃ 1</b>			
	Desnível (k = 0.13)	Desnível (k calc)	Diferença (m) (k = 0.13) - Geométrico	Diferença (m) (k calc) - Geométrico
Pilar01 - CG02(K=P1-P2)	-4,2667	-4,2602	-0,0063	0,0003
Pilar02 - CG02(K=P2-P1)	-15,5459	-15,5514	0,0073	0,0017
Pilar02 - CG02(K=P2-P3)	-15,5509	-15,5527	0,0022	0,0004
Pilar03 - CG02(K=P3-P2)	50,3281	50,3323	0,0171	0,0214
Linha	<b>MANHÃ 2</b>			
	Desnível (k = 0.13)	Desnível (k calc)	Diferença (m) (k = 0.13) - Geométrico	Diferença (m) (k calc) - Geométrico
Pilar01 - CG02(K=P1-P2)	-4,2651	-4,2586	-0,0046	0,0019
Pilar02 - CG02(K=P2-P1)	-15,5511	-15,5502	0,0020	0,0029
Pilar02 - CG02(K=P2-P3)	-15,5511	-15,5529	0,0020	0,0002
Pilar03 - CG02(K=P3-P2)	50,3290	50,3333	0,0181	0,0223

*Fonte: Autores (2024).*

Para avaliar a consistência dos resultados, analisou-se estatisticamente os desniveis obtidos, utilizando nivelamento trigonométrico entre os pilares e os pontos CG01 e CG02, considerando o índice de refração vertical, calculado através das visadas recíprocas e simultâneas e o índice de refração  $k = 0,13$ . Para tal, utilizou-se um teste de hipótese, para verificar se os valores dos desniveis obtidos através do nivelamento trigonométrico, utilizando  $k=0,13$  e  $k$  calculado são iguais, aos desniveis obtidos através do nivelamento geométrico. A hipótese nula afirma que eles são iguais e a hipótese alternativa que eles são diferentes.

- Hipótese nula  $H_0: \Delta H_{\text{trigonométrico}} = \Delta H_{\text{geométrico}}$
- Hipótese alternativa:  $H_a: \Delta H_{\text{trigonométrico}} \neq \Delta H_{\text{geométrico}}$

Para avaliar as hipóteses utilizou-se a distribuição de  $t$  de Student, que segundo Gemael, Machado e Wandresen (2015), é a distribuição indicada, para amostras com menos que 30 elementos.

Equação 8 T de Student

$$T = \frac{\overline{\Delta H_{\text{trigonométrico}}} - \overline{\Delta H_{\text{geométrico}}}}{\sqrt{\frac{s^2}{v} + \frac{s^2}{v}}}$$

Em que:  $T$  = Distribuição  $T$  de Student;  $\overline{\Delta H_{\text{trigonométrico}}}$  = Média dos desniveis obtidos através do nivelamento trigonométricos (assumindo  $k$  = calculado ou  $k = 0,13$ );  $\overline{\Delta H_{\text{geométrico}}}$  = Desniveis obtidos através do nivelamento geométricos;  $s$  = Desvio padrão da média;  $v$  = graus de liberdade.

Nesse caso utilizou-se nível de confiança de 95%, os seja, significância de 5%, assumindo o grau de liberdade igual a 2, podemos verificar na tabela de  $T$  de Student que o valor crítico que é de 2,920. Logo, todas as combinações de hipótese foram testadas, de forma que a hipótese nula seja verdadeira, para valores entre -2,920 e 2,920.

Para os desniveis obtidos através do nivelamento trigonométrico dos Pilares P1, P2 e P3, para CG01 e CG 02, quando se utiliza  $k = 0,13$ , a hipótese alternativa é verdadeira, pois ficam fora dos limites de valor crítico, logo estatisticamente eles são diferentes dos desniveis através do nivelamento geométricos.

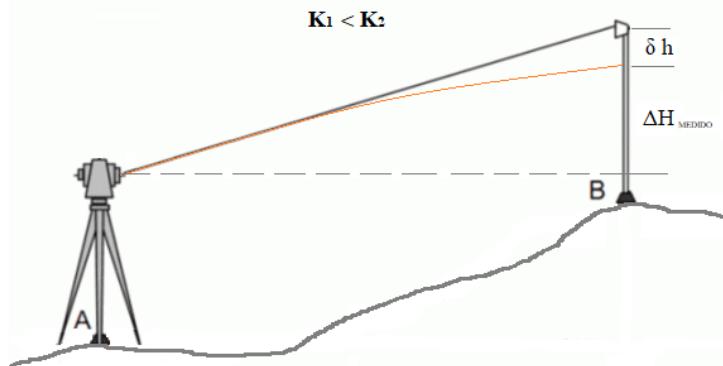
Já para o nivelamento trigonométrico do Pilar 01 para CG01, quando se emprega o índice de refração calculado, através da visada do Pilar 01 para o Pilar 02, estatisticamente ele é considerado igual ao nivelamento geométrico, ou seja, a hipótese nula é verdadeira.

Da mesma forma, o nivelamento trigonométrico do Pilar 01 para o ponto CG02, utilizando o  $k$  calculado, através da visada do Pilar 01 para o Pilar 02, também estatisticamente é classificado com igual ao nivelamento geométrico.

O desnível trigonométrico do Pilar 02 para CG02 aplicando o índice de refração calculado por meio da visada do Pilar 02 para o Pilar 01, também apresenta resultados estatisticamente iguais, isto é, a hipótese nula é verdadeira. Para as demais combinações, a hipótese nula é falsa, ou seja, os desniveis não são considerados iguais.

#### 4. Considerações finais

Ao observar esses dados e com conhecimentos sobre o comportamento do índice de refração e a variação da densidade, é possível observar que os valores apresentados em sua maioria se comportam de acordo com os princípios físicos da óptica geométrica, onde, se uma onda eletromagnética percorre um meio com índice de refração que aumenta ao longo do percurso, o feixe se desvia, de forma a se aproximar do eixo óptico, causando uma variação do desnível medido (Utilizando o nivelamento trigonométrico) e o desnível de referência (considerando os valores de nivelamento geométrico).



*Figura 6 – Desvio de uma onda através de um meio com índice de refração menor para um meio com índice de refração maior.*

*Fonte: Autores (2024).*

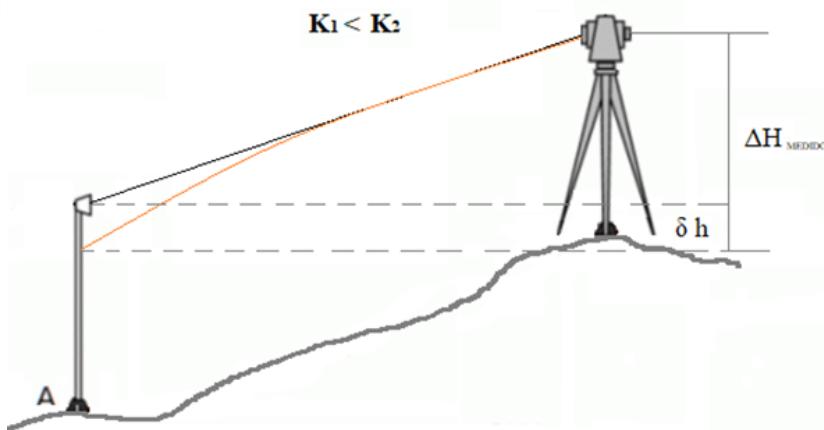
O valor do desnível medido, nesse caso, será menor que o utilizado como referência.

Equação 9 Variação desnível quando  $K_1 < K_2$ :

$$\Delta H_{AB} \text{ Referência} = \Delta H_{AB} \text{ Medido} + \delta h$$

Em que:  $\Delta H_{AB} \text{ Referência}$  = Desnível de referência de A para B, obtido através do nivelamento geométrico,  $\Delta H_{AB} \text{ Medido}$  = Desnível obtido através do nivelamento trigonométrico de A para B,  $\delta h$  = Desvio introduzido devido a curvatura do feixe.

Da mesma forma, se uma onda eletromagnética sai de um meio com um índice de refração maior e vai para um meio com índice menor, ou seja, ao longo do percurso da onda eletromagnética o índice de refração diminui, a onda se desvia de forma a se afastar do eixo óptico.



*Figura 7 – Desvio de uma onda através de um meio com índice de refração maior para um meio com índice de refração menor.*

*Fonte: Autores (2024).*

O valor do desnível medido, nesse caso, será maior que o utilizado como referência.

Equação 10 Variação desnível quando  $K_1 < K_2$ :

$$\Delta H_{BA} \text{ Referência} = \Delta H_{BA} \text{ Medido} - \delta h$$

Em que:  $\Delta H_{BA\text{ Referência}} =$  Desnível de referência de B para A, obtido através do nivelamento geométrico,  $\Delta H_{BA\text{ Medido}} =$  Desnível obtido através do nivelamento trigonométrico de B para A,  $\delta h =$  Desvio introduzido devido a curvatura do feixe.

Esse comportamento pode ser visto em todas as visadas entre P2 e P3. Em P3 as densidades são maiores e consequentemente, o índice de refração também é maior que no P2, logo, a onda eletromagnética se desvia de forma a resultar em um desnível maior que o valor de referência, quando medido a partir do P3 e um desnível menor do que o de referência, quando é medido a partir do P2.

Já nas visadas realizadas entre os Pilares 01 e 02 o comportamento foi um pouco diferente, para o período da tarde, seguiu o mesmo comportamento descrito anteriormente, mas para as medidas realizadas no período da manhã, houveram discrepâncias. No período da manhã 1, a densidade diminuiu e o coeficiente de refração aumentou, o que pode ser explicado pelas variações das condições atmosféricas entre os pontos, serem quase da ordem da precisão do equipamento, o que pode ter afetado o cálculo da densidade.

No período da manhã 2 os valores de densidade também apresentaram diminuição, mas os valores do índice de refração ficaram os dois negativos, com uma amplitude entre as medidas, da ordem de 0,1234.

Outro detalhe considerável é que ao observar as distâncias inclinadas, mesmo após a correção dos efeitos ambientais, sugerida pelo fabricante, ainda é possível verificar discrepâncias nas medidas, que são da ordem de 6,5 mm, dependendo do período do dia. Considerando que as distâncias medidas são menores de 1km, esse valor está acima da precisão nominal do instrumento, como descrito em Rueger (1996), devido a qualidade do índice de refração, surgirá uma limitação na precisão do medidor eletrônico de distância.

Analizando os valores dos desníveis obtidos, através do nivelamento trigonométrico, aplicando o índice de refração calculado, em cada período do dia e para cada linha de visada, é possível perceber que das 22 combinações formadas, pelo desnível entre os pilares (P1, P2 E P3) e os pontos CG01 e CG02, em 13 delas a utilização do índice de refração calculado, melhorou as diferenças entre os desníveis de referência e o medido, um caso não teve alteração e para 10 combinações houve uma piora quando comparado com o desnível trigonométrico empregando-se  $k=0,13$ .

Pode-se observar que dessas 10 combinações que pioraram as diferenças entre os desníveis, 8 delas utilizam o índice de refração calculado, a partir de visadas entre P2 e P3. Levando em consideração que essa visada, estava sob a influência de uma névoa, devido a abertura do vertedouro, logo, pode ser uma das justificativas na piora desses resultados.

Para o nivelamento entre o Pilar 01 e CG01, pode-se concluir que quando se utiliza o índice de refração calculado através da visada de P1 para P2, os resultados do nivelamento trigonométrico sempre melhoraram. Já para o nivelamento entre o Pilar 02 e o CG02 os resultados sempre melhoraram quando se utiliza os valores de índice de refração calculados entre a visada de P2 para P3.

A análise estatística utilizando o teste t de Student, mostrou que o desnível do Pilar 01 para CG01, pode ser considerada igual, ao desnível de referência, quando se utiliza k calculado, a partir da visada do Pilar 01 para Pilar 02.

Assim como, o desnível entre Pilar 01 e CG02, pode ser considerado estatisticamente igual, quando se utiliza k calculado através da visada do Pilar 01 para Pilar 02.

Já o desnível do Pilar 02 para CG02, aplicando k calculado a partir da visada do Pilar 02 para o Pilar 01, também é considerado igual ao desnível de referência, ou seja, a hipótese nula é verdadeira.

As demais combinações utilizando o k calculado e o  $k=0,13$ , estatisticamente são consideradas diferentes do desnível de referência, ou seja, são falsas para a hipótese nula.

Os dados obtidos a partir do índice de refração entre o Pilar 02 e Pilar 03, apresentaram erros da ordem de 18 mm, o que sugere que a linha de visada, por estar com o vertedouro aberto, influenciou no erro oriundo do efeito da refração atmosférica.

Diante disso é necessário que mais estudos sejam realizados, para analisar o comportamento da atmosfera ao longo de todo percurso, de forma que seja possível avaliar a variação na densidade do ar e sua influência no desvio da onda eletromagnética utilizada pelo equipamento.

## Agradecimentos

Agradecemos ao curso de Pós-graduação em Ciências Geodésicas pela oportunidade de desenvolver essa pesquisa, e à COPEL por disponibilizar a área para o estudo.

## Referências

- ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 13133: Execução do levantamento topográfico – Procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2021.
- COPEL - Companhia Paranaense de Energia. Geração. 2021. Disponível em: <http://www.consortiocruzeirodosul.com.br/a-usina>. Acesso em: 20 out. 2021.
- Gemael, C.; Machado, A. M. L.; Wandresen, R. *Introdução ao ajustamento de observações: aplicações geodésicas*. 2. ed. Ed. UFPR. 2015. 428p.
- Gill, A. E. **Atmosphere – Ocean Dinamics**. Academic Press, 1982. 662p.
- IBGE - Instituto Brasileiro de Geografia e estatística. Especificações e Normas Gerais para Levantamentos Geodésicos em território brasileiro. Rio de Janeiro: IBGE, 1983.
- LEICA GEOSYSTEMS A. Leica 1205. *Manual de operação, versão 3.0, espanhol*. 2015.
- LEICA GEOSYSTEMS B. Leica TS15. *Manual de operação, versão 3.0, espanhol*. 2015.
- GEMIN, A. R. S. *Desenvolvimento de um sistema de calibração horizontal para sistemas de nivelamento digitais*. Curitiba, 2017. 135f. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas). Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba-PR, 2017.
- NADAL, C. A. *Método da inserção óptica tridimensional aplicado à engenharia de precisão*. Curitiba, 2000. 116f. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas). Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba-PR, 2000.
- Petty, G. W. **A First Course in Atmospheric Thermodynamics**. Sundog Pub, 2008. 337p.
- Rueger, J. M. **Electronic Distance Measurement: An introduction**. 4 ed. Berlin: Springer, 1996.
- Shen, Y. Huang, T. Guo, X. Zang, Huerta, Q. M. H. Inversion Method of Atmospheric Refraction Coefficient based on Trigonometric Leveling Network. **Jornal of Surveying Engeneering**, v. 143 (1), 2017.
- SIGUEL, A. R. *Monitoramento da Barragem da Usina Hidrelétrica Mauá Utilizando Irradiação Tridimensional*. Curitiba, 2013. 171f. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas). Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba-PR, 2013.
- Torge, W. **Geodesy**. 3 ed. Walter de Gruyter: Berlin, 2001.
- Wiggers, D. Faggion, P. L. Da Cruz, W. Análise do Índice de Refração Vertical no Monitoramento de Barragens: Estudo de Caso UHE Governador Jayme Canet Junior. **Anuário de Geociências**, v. 43 n. 3, 2020.
- Wiggers, D. et al. Análise dos efeitos da refração no monitoramento de barragens Estudo de Caso UHE Governador Jayme Canet Junior. **Revista de Geociências do Nordeste**, v. 11 n. 1, 2025.