

Efeito residual da modelagem topográfica (RTM) associado à variação da densidade lateral no Brasil

Residual topographic modeling (RTM) effect associated with lateral density variation in Brazil

Roosevelt De Lara Santos Junior¹

¹ Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), Instituto de Geociências, Departamento de Geodésia, Porto Alegre/RS, Brasil. Email: rooseveltdelara@ufrgs.br

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4390-8636>

Resumo: No presente trabalho são apresentadas três representações do comportamento da RTM cobrindo todo território continental brasileiro, utilizando modelos globais de densidade lateral variável UNB_TopoDens e CRUST 1.0 (camadas *Sediments 1* e *Water*) e média (Harkness), e o modelo de relevo global ETOPO1 como referência posicional, com espaçamento entre as estações de 5 minutos de arco. Os potenciais gravitacionais foram calculados utilizando tesseroides e zonais esféricos a partir da integral de Newton. Os três modelos tiveram suas médias testadas e verificou-se serem estatisticamente diferentes. Também foram apresentadas as diferenças dos valores calculados entre os três modelos de densidade. O efeito da RTM sobre a altimetria em território brasileiro, variou entre 0 e 2,5 mm, enfatizando sua importância e consideração em trabalhos altimétricos de precisão. A metodologia desenvolvida mostrou-se eficaz e instiga trabalhos futuros abordando o aumento das resoluções posicionais e de densidades, bem como, o processamento da RTM com a inclusão da correção harmônica.

Palavras-chave: RTM; Densidade lateral; Modelos globais; Tesseroides; Zonal.

Abstract: This study presents three representations of the behavior of Residual Topographic Modeling (RTM) covering the entire continental territory of Brazil, using global lateral density models UNB_TopoDens and CRUST 1.0 (Sediments 1 and Water layers) and the average density model (Harkness), with the global relief model ETOPO1 serving as the positional reference, with station spacing of 5 arc minutes. Gravitational potentials were calculated using tesseroids and spherical zonals based on Newton's integral. The mean values of the three models were tested and found to be statistically different. Additionally, the differences in calculated values among the three density models were presented. The effect of RTM on altimetry in Brazil varied between 0 and 2.5 mm, emphasizing its relevance and the necessity of considering it in precision altimetric studies. The developed methodology proved effective and encourages future research on increasing positional and density resolutions, as well as processing RTM with the inclusion of harmonic correction.

Keywords: RTM; Lateral density; Global model; Tesseroids; Zonal.

1. Introdução

Segundo Heck et Seitz (2007), a modelagem do efeito das diferentes distribuições das massas topográficas da Terra, e suas consequentes variações de valores das densidades laterais, relacionadas ao campo gravitacional, é uma das questões centrais na geodésia física. A teoria clássica de Stokes para determinação do geoide, considera a exclusão das massas topográficas e seu equilíbrio isostático, acima da superfície de contorno. Além da redução topo-isostática da gravidade, o efeito indireto das massas topográficas sobre o potencial gravitacional, deve ser considerado para uma determinação adequada do geoide. A teoria de Molodenskii et al. (1962), embora originalmente livre de quaisquer reduções de massas topográficas, considera a redução de terreno, como um termo de correção na solução de primeira ordem da chamada série de Molodenskii. Atualmente, a modelagem do campo gravitacional local e regional, considera o modelo residual de terreno (RTM), frequentemente aplicado no contexto da técnica remove-cálcula-restaura (RCR), na modelagem e processamento de dados do campo gravitacional terrestre. Durante a etapa de restauração dos efeitos das massas topográficas, seus valores são afetados pelas incertezas na determinação e modelagem das variações das densidades laterais (Sjoberg, 2004; Vanicek et al. 2004; Odalović et al. 2018; Wang et al. 2021). Os modelos digitais de elevação (DEM), de alta resolução, atualmente disponíveis, permitem o cálculo de parâmetros gravitacionais relacionados ao relevo, como a correção de terreno, com uma precisão sem precedentes (Tsoulis et al. 2009; Hirt et al. 2010; Bucha et al. 2016; Yamazaki et al. 2017). Nas reduções gravimétricas, a denominada correção de terreno (C_t), representa o efeito gravitacional das massas topográficas, geralmente considerada de forma inadequada (ou completamente omitida), tendo em vista a redução de Bouguer, ou seja, ao determinar o valor da gravidade no geoide, com base nos valores dos resultados das medições na superfície física da Terra (Heiskanen et Moritz, 1967; Tenzer et al. 2010). A figura 1, apresenta a superfície física na qual se desenvolvem os levantamentos geodésicos, o geoide, representando a equipotencial do campo de gravidade, referência das altitudes ortométricas (H), o platô de Bouguer (que promove a remoção parcial das massas topográficas acima do geoide) e massas topográficas remanescentes acima do geoide (C_{RTM}), representando o efeito residual da modelagem topográfica (RTM).

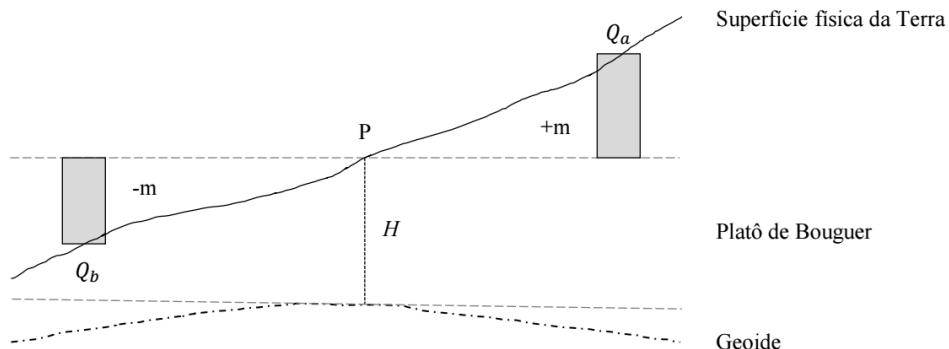


Figura 1 – Elementos da correção de terreno.

Fonte: Adaptado de Heiskanen et Moritz (1967).

A fórmula 1, apresenta o cálculo do valor da correção de terreno (C_t), em função de suas duas integrantes principais, a correção de Bouguer (C_B) e a correção residual de terreno (C_T).

$$C_t = C_B - C_T \quad (1)$$

A correção de Bouguer, fórmula 2, classicamente é aplicada considerando o valor da densidade lateral constante ($\rho=2670\text{kg/m}^3$), espessura do platô igual a H e o raio da circunferência de aplicação de 166,7 km, referindo-se a zona distante de Hayford, assumindo o efeito das massas topográficas entre $-\infty$ e $+\infty$, (Gemael, 1999; Vanicek et al. 2001).

$$C_B = 2 \cdot \pi \cdot G \cdot \rho \cdot H \quad (2)$$

O potencial gravitacional $v(x, y, z)$ de um prisma regular de massa homogênea (m), constante gravitacional (G) e densidade (ρ) é descrito pela fórmula 3, que apresenta a integral de Newton (Nagy et al., 2000), conforme mostra a figura

2. A fórmula 3, calcula o potencial gravitacional (v) entre os pontos P e Q, possibilitando o cálculo da primeira aproximação do valor do efeito da RTM (Moritz, 1980), a fórmula 4, refere-se à distância euclidiana (l_{PQ}).

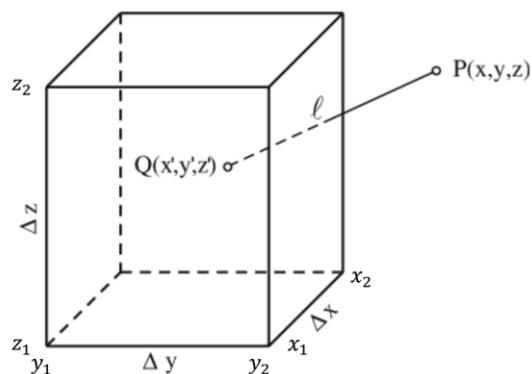


Figura 2 – Geometria do prisma regular.

Fonte: Adaptado de Heck et Seitz (2007).

$$C_T = v(x, y, z) = G \cdot \rho \cdot \int_{z_1}^{z_2} \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx_{PQ} \cdot dy_{PQ} \cdot dz_{PQ}}{l_{PQ}} \quad (3)$$

$$l_{PQ} = \sqrt{(x' - x)^2 + (y' - y)^2 + (z' - z)^2} \quad (4)$$

$$C_{RTM} = \sum C_T \quad (5)$$

Sánchez et al. 2021, relata que a Associação Internacional de Geodesia (IAG) em 2015, definiu o Sistema Internacional de Referência de Altitudes (ITRS) como o sistema de altimétrico global convencional relacionado ao campo gravitacional. Os esforços atuais se concentram na realização precisa, consistente e bem definida do ITRS para fornecer um padrão internacional para a determinação precisa de coordenadas físicas em todo o mundo.

Para a materialização da Rede Internacional de Referência de Altitudes, quatro aspectos principais são considerados:

- métodos para a determinação das coordenadas físicas do ITRF;
- padrões e convenções necessários para garantir a consistência entre a definição e a realização do sistema de referência;
- critérios para o *design* da rede de referência do ITRF e seleção de estações; e
- infraestrutura operacional para garantir a sustentabilidade confiável e de longo prazo do ITRF.

Rodrigues (2022), em sua importante contribuição para o estudo da RTM no Brasil, propõe como trabalhos futuros, a necessidade da expansão dos estudos para outras futuras estações ITRS no Brasil, bem como, estudos dos efeitos da RTM utilizando diferentes abordagens e inclusão das correções harmônicas (Klees et al 2022; Yang et al. 2022). Nesse sentido, o presente trabalho tem como principal objetivo a modelagem e representação dos valores da RTM no Brasil, utilizando tesseroides e zonais (Marotta et al. 2016) e modelos globais de altitudes e de densidades laterais.

2. Metodologia

No presente estudo, o método desenvolvido para determinação dos valores da RTM, utiliza o tesseróide esférico para cálculo dos volumes das massas topográficas relacionadas ao geoide, as quais produzem perturbações no potencial gravitacional, as coordenadas geodésicas dos pontos (incluindo sua altitude ortométrica), são originárias de modelo altimétrico global (ETOPO1), bem como, as densidades laterais das massas topográficas (UNB_TopoDens, CRUST 1.0 e Harkness). A figura 3 apresenta as etapas metodológicas aplicadas neste trabalho.

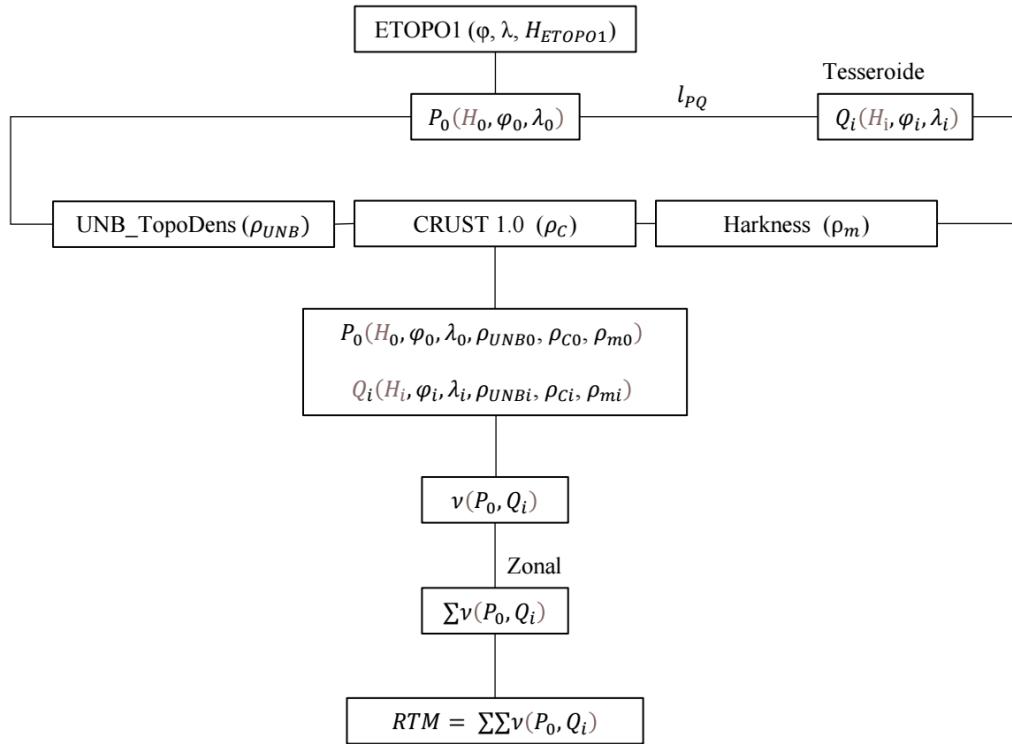


Figura 3 – Esquema geral da metodologia aplicada no presente trabalho.

Fonte: Autor (2024).

A figura 4, apresenta a geometria do tesseroide esférico, aplicado com equidistância em relação ao ponto, ao qual se deseja calcular o valor da RTM (o conjunto destes tesserooides, variando 360°, resultam no zonal esférico). Sendo a RTM, a resultante dos somatórios dos zonais. Na mesma figura, sejam dois pontos P_0 e Q_i , o primeiro é o ponto que desejamos determinar o efeito gravitacional provocado pelas massas topográficas acima da superfície de contorno, concentradas no ponto Q. As respectivas coordenadas geodésicas (neste caso, geocêntricas esféricas), dadas por $P_0(r_0, \varphi_0, \lambda_0)$ e $Q_i(r, \varphi, \lambda)$. Heck et Seitz (2007).

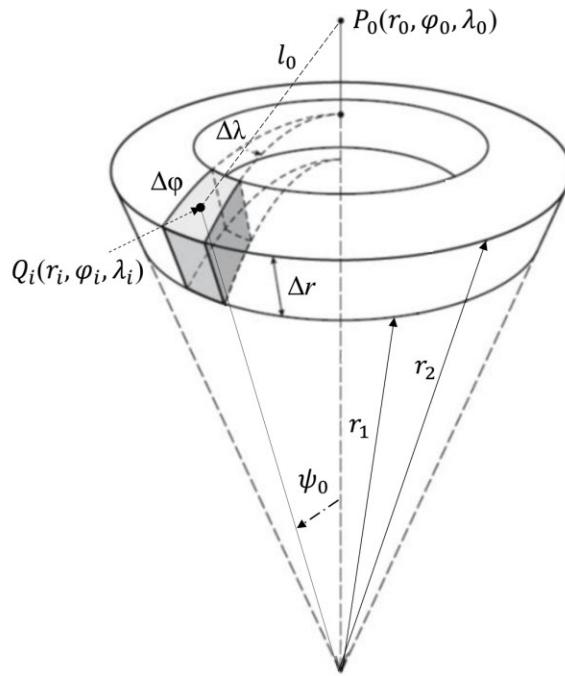


Figura 4 – Tesseroide e zonal.
Fonte: Adaptado de Heck et Seitz (2007).

Admitindo que o valor de Δr , diferença entre as distâncias geocêntricas das superfícies física e de contorno em um ponto qualquer, pode ser calculado a partir de r_i ou h_i , temos:

$$\Delta r = r_2 - r_1 = \Delta h = h_2 - h_1 \quad (6)$$

r_1 , distância geocêntrica esférica à superfície de contorno;

r_2 , distância geocêntrica esférica à superfície física;

h_1 , altitude ortométrica da superfície de contorno;

h_2 , altitude ortométrica da superfície física;

$$P_0(r_0, \varphi_0, \lambda_0) = P_0(h_0, \varphi_0, \lambda_0) \quad (7)$$

$$Q_i(r, \varphi, \lambda) = Q_i(h, \varphi, \lambda) \quad (8)$$

$$r_i = \frac{r_1 + r_2}{2} = h_i = \frac{h_1 + h_2}{2} \quad (9)$$

$$\varphi_i = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \quad (10)$$

$$\lambda_i = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} \quad (11)$$

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 \quad (12)$$

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 \quad (13)$$

$$\delta\lambda = \lambda - \lambda_0 \quad (14)$$

ψ_0 , ângulo geocêntrico entre as direções de P_0 e Q_i ;

$$\cos\psi_0 = \sin\varphi \cdot \sin\varphi_0 + \cos\varphi \cdot \cos\varphi_0 \cdot \cos\delta\lambda \quad (15)$$

l_0 , distância euclidiana entre P_0 e Q_i ;

$$l_0 = \sqrt{r^2 + r_0^2 - 2 \cdot r \cdot r_0 \cdot \cos\psi_0} \quad (16)$$

$v(r, \varphi, \lambda)$, potencial gravitacional do tesseróide esférico de densidade homogênea, calculado pela integral de Newton; G , constante gravitacional;

ρ , densidade do tesseróide;

K_{000} , coeficiente de primeira ordem da série de Taylor;

K_{200} , K_{020} , K_{002} , coeficientes de segunda ordem da série de Taylor;

Δ^4 , coeficiente de Landau, para os termos de quarta ordem ou superior da série de Taylor;

O , operador nulo, indicando que os termos de quarta ordem ou superior da série de Taylor, serão omitidos;

$$v(r, \varphi, \lambda) = G \cdot \rho \cdot \Delta r \cdot \Delta\varphi \cdot \Delta\lambda \left[K_{000} + \frac{1}{24} \cdot (K_{200} \cdot \Delta r^2 + K_{020} \cdot \Delta\varphi^2 + K_{002} \cdot \Delta\lambda^2) + O(\Delta^4) \right] \quad (17)$$

$$K_{000} = \frac{r_0^2 \cdot \cos\varphi_0}{l_0} \quad (18)$$

$$K_{200} = \frac{r^2 \cdot \cos\varphi_0}{l_0^5} \cdot \langle 2 \cdot l_0^2 - 3 \cdot r_0^2 \cdot \sin^2\psi_0 \rangle \quad (19)$$

$$K_{020} = \frac{r_0^2}{l_0^5} \cdot \{ -\cos\varphi_0 \cdot (r^2 + r_0^2) \cdot [r^2 + r_0^2 - r \cdot r_0 \cdot \sin\varphi \cdot \sin\varphi_0] + r^2 \cdot r_0^2 \cdot \cos\varphi_0 \cdot [\sin^2\varphi \cdot (3 - \sin^2\varphi_0) - \cos^2\varphi \cdot (2 - \sin^2\varphi_0) \cdot \cos^2\delta\lambda] + r \cdot r_0 \cdot \cos\varphi \cdot (3 - \sin^2\varphi_0) \cdot [r^2 + r_0^2 - 2 \cdot r \cdot r_0 \cdot \sin\varphi \cdot \sin\varphi_0] \cdot \cos\delta\lambda \} \quad (20)$$

$$K_{002} = -\frac{r \cdot r_0^3 \cdot \cos\varphi \cdot \cos^2\varphi_0}{l_0^5} \cdot \{ l_0^2 \cdot \cos\delta\lambda - 3 \cdot r \cdot r_0 \cdot \cos\varphi \cdot \cos\varphi_0 \cdot \sin^2\delta\lambda \} \quad (21)$$

A figura 5, apresenta um extrato do modelo global de relevo (*Global Relief Model*), ETOPO1, destacando parte da América do Sul. Este modelo é um conjunto de dados altimétricos referenciados ao nível médio dos mares (geoide), realizado pela *National Oceanic and Atmospheric Administration* (NOAA). O ETOPO1, é um modelo digital de elevação global (DEM), da superfície da Terra, com uma resolução de 1 minuto de arco, que inclui tanto a topografia terrestre quanto a batimetria oceânica, (NOAA, 2009).

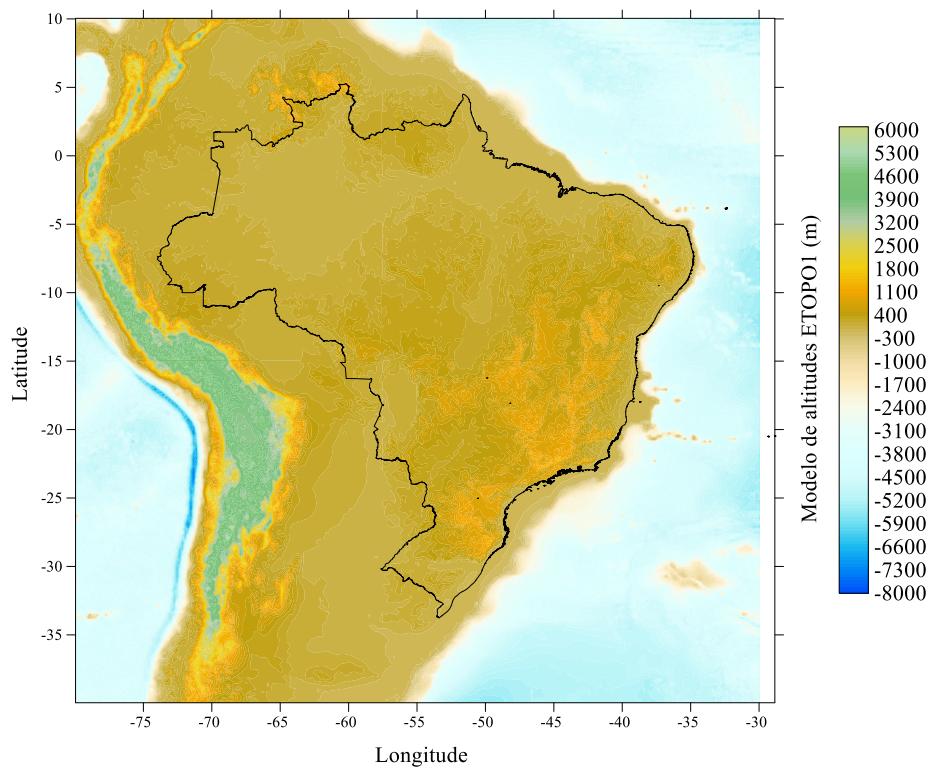


Figura 5 – Altimetria do ETOP01 para parte da América do Sul.

Fonte: Autor (2024).

O valor de 2670 kg/m^3 ($2,67 \text{ g/cm}^3$), para a densidade média ($\rho_{Harkness} = \rho_m$) das rochas superficiais da crosta continental, é o resultado da compilação, por William Harkness (1891), de diversos trabalhos, de diferentes autores, realizados no período 1811 a 1882, visando a determinação do valor da densidade média das rochas superficiais em nível global. O valor de 2670 kg/m^3 geralmente é assumido, considerando, a densidade das rochas cristalinas superficiais dos continentes com composição granítica (a densidade das rochas graníticas varia de 2500 a 2800 kg/m^3 , valor médio aproximado 2670 kg/m^3).

Segundo Sheng et al. 2019, o modelo de densidades da *University of New Brunswick* (UNB_Topo_Dens), apresenta um modelo global de densidades lateralmente variáveis em uma grade densa, utilizando dados efetivamente levantados em campo, sem fazer uso do método de inversão gravitacional. Os produtos finais desta primeira aproximação são valores de densidade topográfica em três grades de diferentes resoluções ($30''$, $5'$ e 1°), juntamente aos seus respectivos desvios-padrão associados aos mesmos intervalos de resolução. A figura 6 apresenta a visualização do UNB_TopoDens para parte da América do Sul.

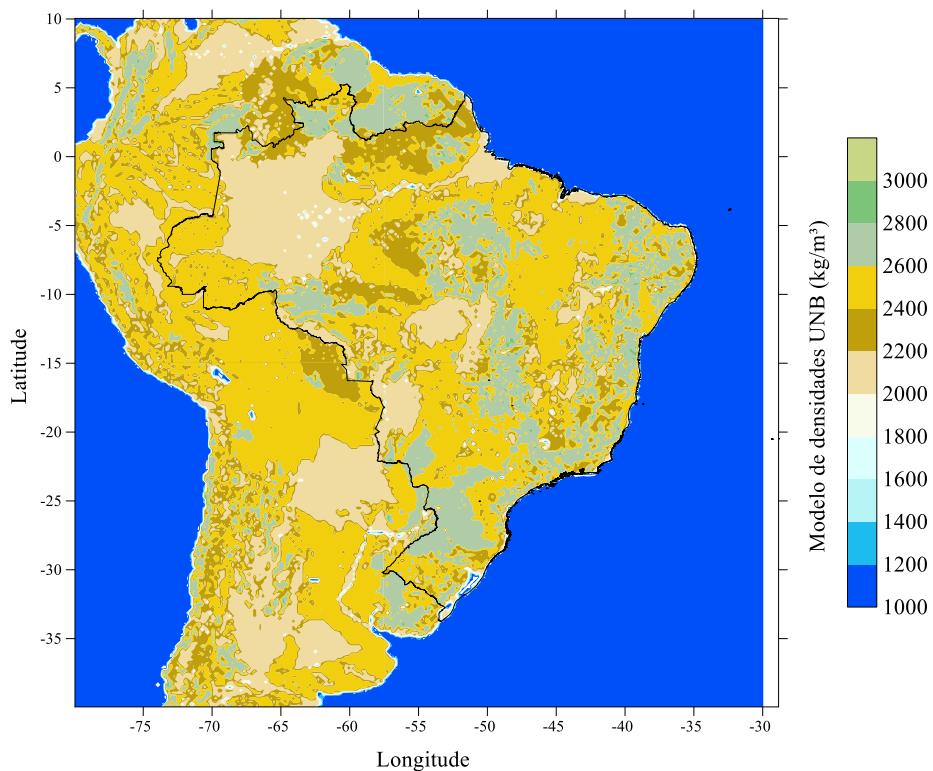


Figura 6 – Modelo de densidades UNB_TopoDens para parte da América do Sul.

Fonte: Autor (2024).

O CRUST 1.0 é um modelo global detalhado da crosta terrestre, desenvolvido por Laske et al. (2012), para substituir o modelo anterior, CRUST 2.0. Com resolução de $1^\circ \times 1^\circ$, incorpora atualizações significativas na espessura de sedimentos e outras camadas estruturais da crosta, baseando-se em dados topográficos e batimétricos, como o modelo ETOPO1 (NOAA, 2009). Este modelo é essencial para aplicações em tomografia sísmica e monitoramento geofísico, oferecendo parâmetros precisos para determinação das velocidades compressional e de cisalhamento, além das densidades para diversas camadas, incluindo água, gelo, sedimentos e diferentes estratos da crosta e do manto superior. O CRUST 1.0 é amplamente utilizado por geofísicos e geólogos para uma melhor compreensão da estrutura interna da Terra. A figura 7, mostra o comportamento das densidades nas camadas *Sediments 1* e *Water* do CRUST 1.0, para parte da América do Sul.

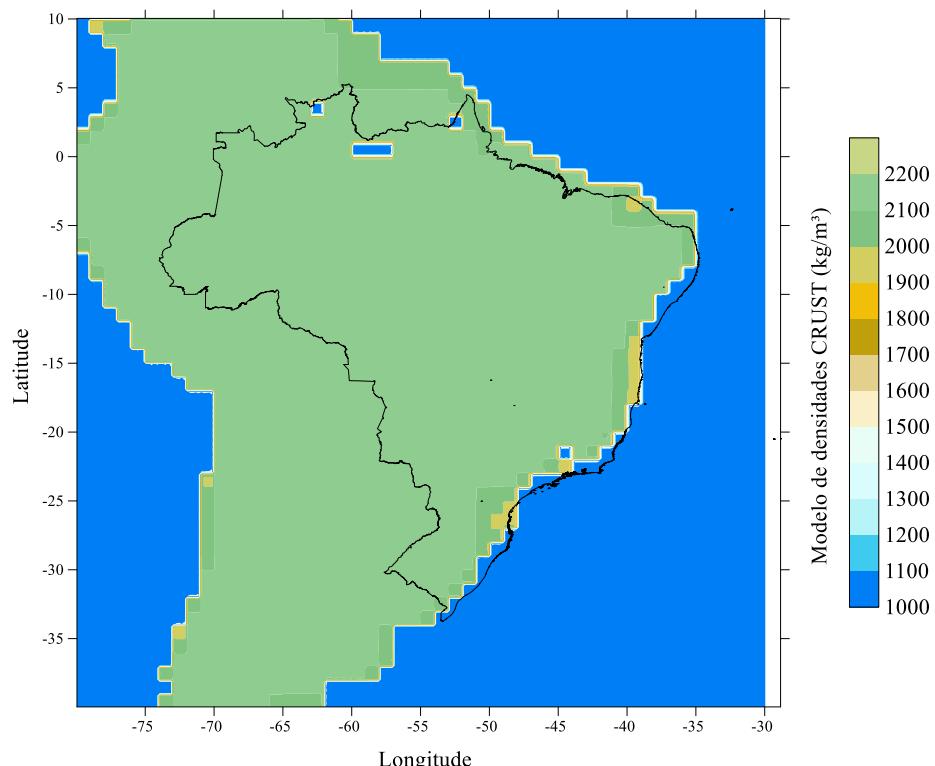


Figura 7 – Modelo de densidades CRUST 1.0 para parte da América do Sul.

Fonte: Autor (2024).

3. Resultados e discussão

A partir da metodologia proposta (as principais etapas de trabalho podem ser visualizadas na figura 4), a primeira etapa tratou da seleção e organização dos dados oriundos dos modelos globais utilizados, ETOPO1 (figura 5), UNB_TopoDens (figura 6) e CRUST 1.0 (figura 7). Reunidos e organizados todos os mencionados dados, as etapas posteriores envolveram os processamentos dos valores da RTM para o Brasil, para cada um dos modelos globais de densidades laterais e média (Harkness), com resolução espacial de 5 minutos de arco esférico, totalizando 101006 pontos, dentro do território continental brasileiro, os valores das RTM foram determinados a partir de rotinas desenvolvidas em ambiente Matlab, pelo autor.

O potencial gravitacional do tesseróide esférico de densidade homogênea, calculado pela integral de Newton, utilizando a formula 17, aplicada a um tesseróide, com variação em longitude de 5 graus de arco esférico (72 tesseróides para cada zonal) e variação em longitude de cerca de 30 minutos de arco esférico (quatro zonais, cada um contendo 72 tesseróides, ou 288 tesseróides no total para cada P_0), de maneira que o ponto de referência para o cálculo da RTM (P_0), considere os pontos Q_i até 210 km de afastamento.

As figuras 8, 9 e 10, mostram os comportamentos das RTM (relacionadas às altitudes ortométricas, ou seja, obtido pela divisão do potencial gravitacional pelo respectivo valor da gravidade normal) no Brasil, escopo principal do presente estudo, os valores das RTM associadas respectivamente aos modelos globais de densidades UNB_TopoDens, CRUST 1.0 e Harkness. As figuras 11, 12 e 13, apresentam respectivamente as variações dos comportamentos entre os diferentes modelos para as RTM, calculadas para o território continental brasileiro, respectivamente, UNB_TopoDens e Harkness, UNB_TopoDens e CRUST 1.0 e CRUST 1.0 e Harkness.

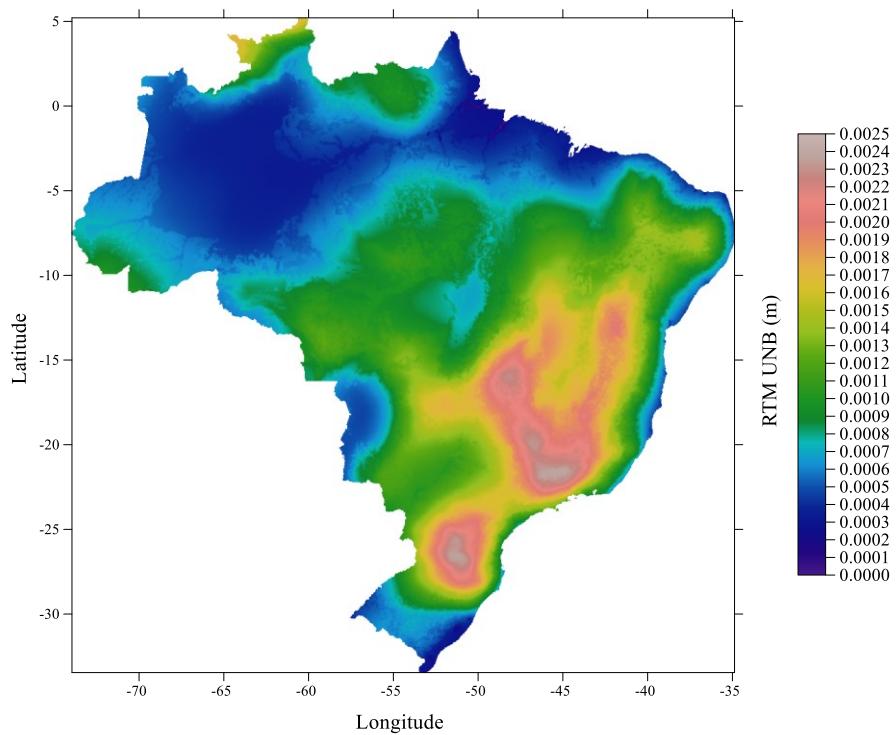


Figura 8 – RTM UNB_TopoDens.

Fonte: Autor (2024).

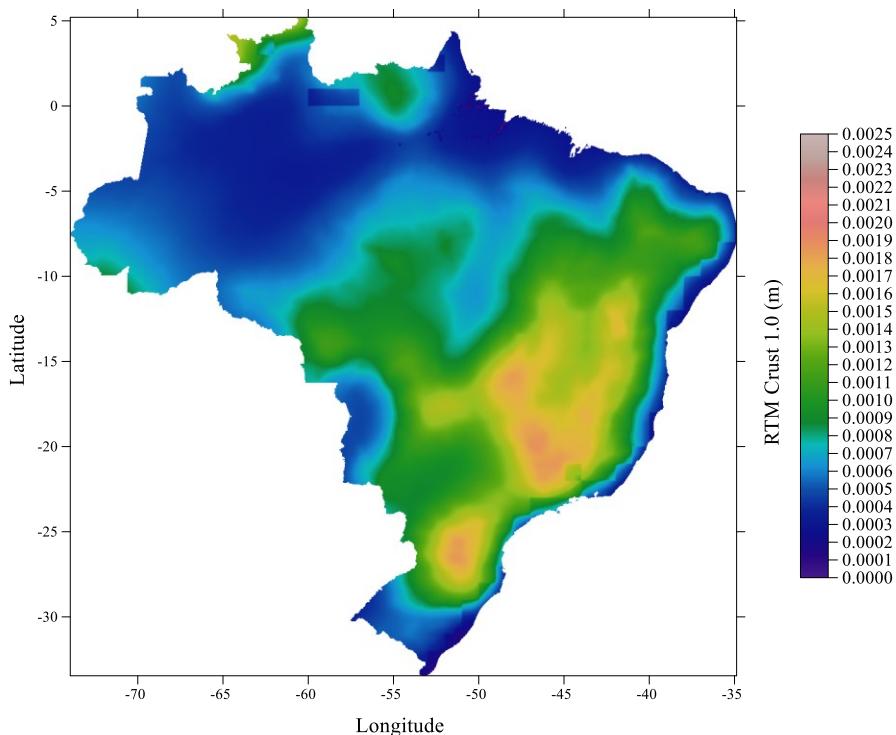


Figura 9 – RTM CRUST 1.0.

Fonte: Autor (2024).

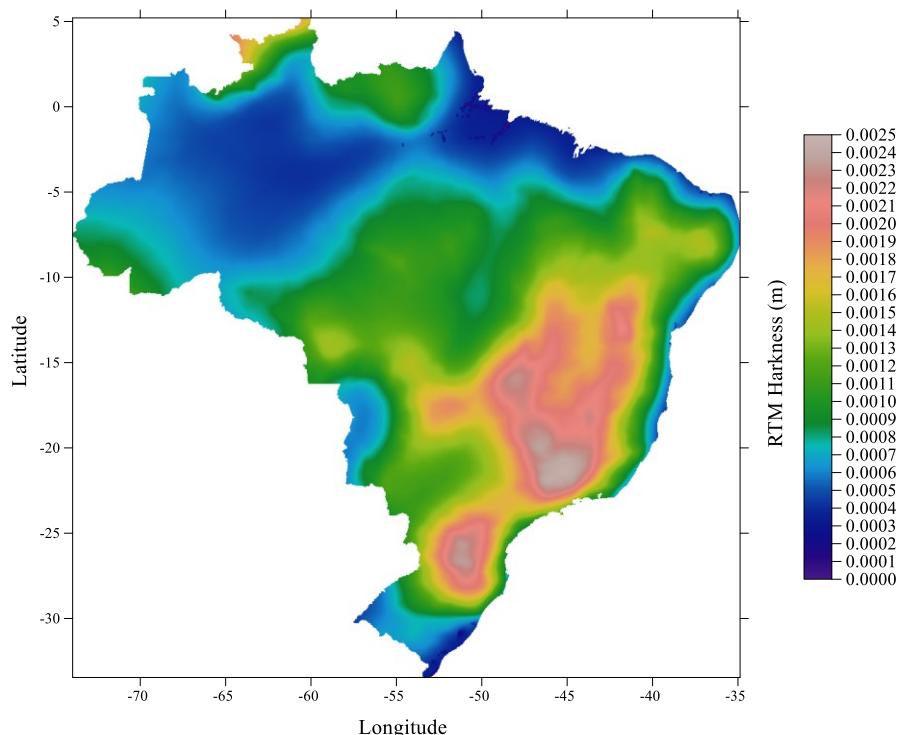


Figura 10 – RTM Harkness.

Fonte: Autor (2024).

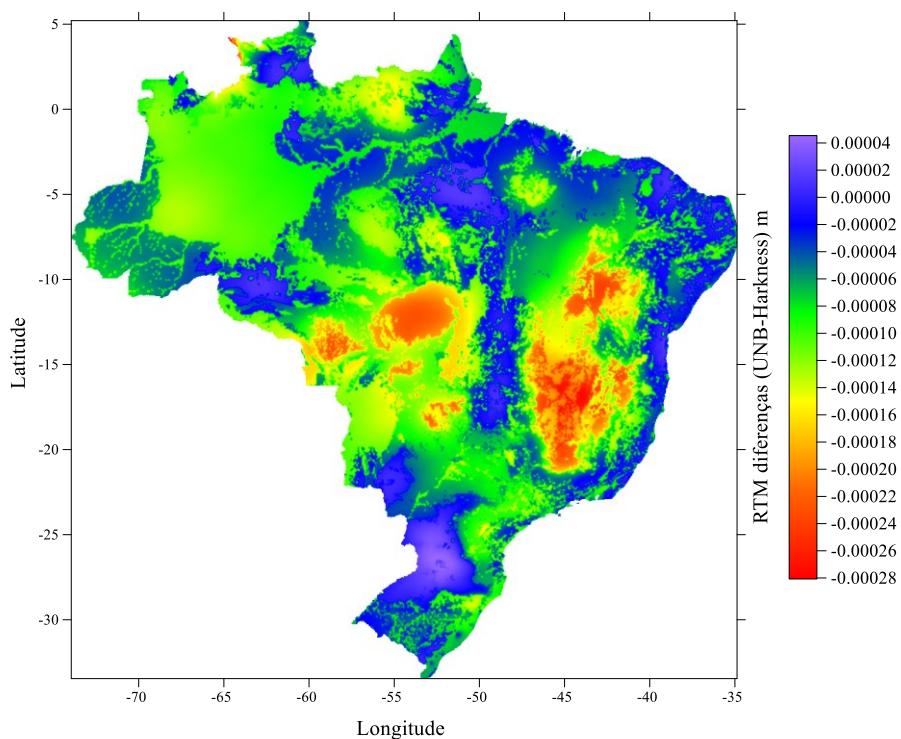


Figura 11 – Diferenças entre RTM UNB_TopoDens e RTM Harkness.

Fonte: Autor (2024).

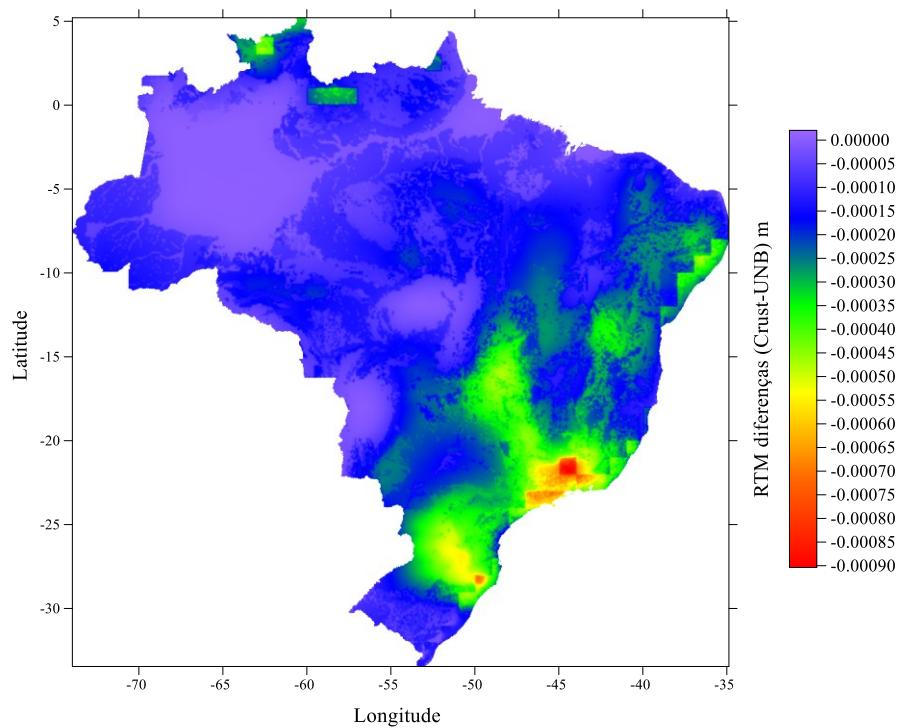


Figura 12 – Diferenças entre RTM UNB TopoDens e RTM CRUST 1.0.

Fonte: Autor (2024).

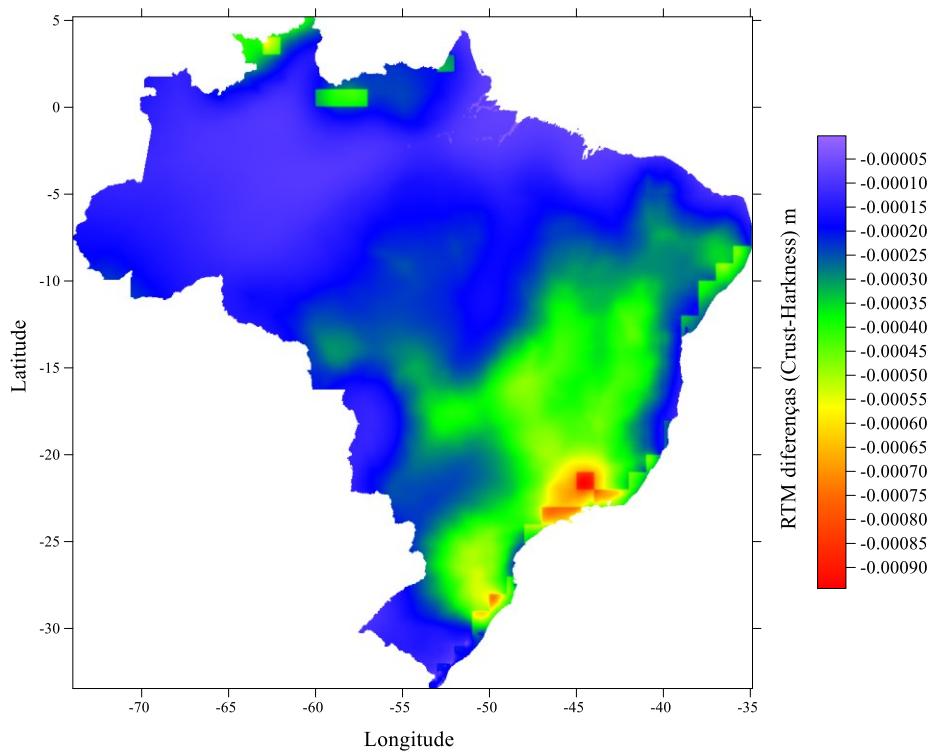


Figura 13 – Diferenças entre RTM Crust 1.0 e RTM Harkness.

Fonte: Autor (2024).

As análises estatísticas iniciaram com os cálculos das matrizes de correlação e variância-covariância entre os modelos globais. Na tabela 1, observamos correlações entre as RTM calculadas com diferentes modelos globais de densidade e altitude ortométrica acima de 90% e entre as RTM calculadas acima de 98%, confirmando a forte dependência entre as variáveis através do modelo matemático utilizado. Associada a matriz variância-covariância (tabela 2), verificamos que os modelos UNB_TopoDens e Harkness, associados à variação de altitude, são mais sensíveis em relação ao modelo CRUST 1.0 (lembremos que neste estudo, foram utilizados somente as camadas *Sediments 1* e *Water* do CRUST 1,0, no cálculo do respectivo valor da densidade).

Tabela 1 – Matriz de correlações entre H e modelos de densidades globais.

	H	rtmUNB	rtmC	rtmH
H	1			
rtmUNB	0,914	1		
rtmC	0,904	0,986	1	
rtmH	0,916	0,994	0,994	1

Fonte: Autor (2024).

Tabela 2 – Matriz variância-covariância entre H e modelos de densidades globais.

	H	rtmUNB	rtmC	rtmH
H	68668,24			
rtmUNB	0,118524	2,45E-07		
rtmC	0,093725	1,93E-07	1,57E-07	
rtmH	0,121732	2,5E-07	2E-07	2,57E-07

Fonte: Autor (2024).

Os histogramas de frequências das figuras 14, 15 e 16, mostram que as amplitudes de variação da RTM no Brasil, variaram entre 0 e 2,5 mm para os modelos UNB_TopoDens e Harkness, e entre 0 e 2,0 mm para o modelo CRUST 1.0. Nos três modelos as maiores frequências estão entre 0,5 e 1,0 mm (acima de 40% do total).

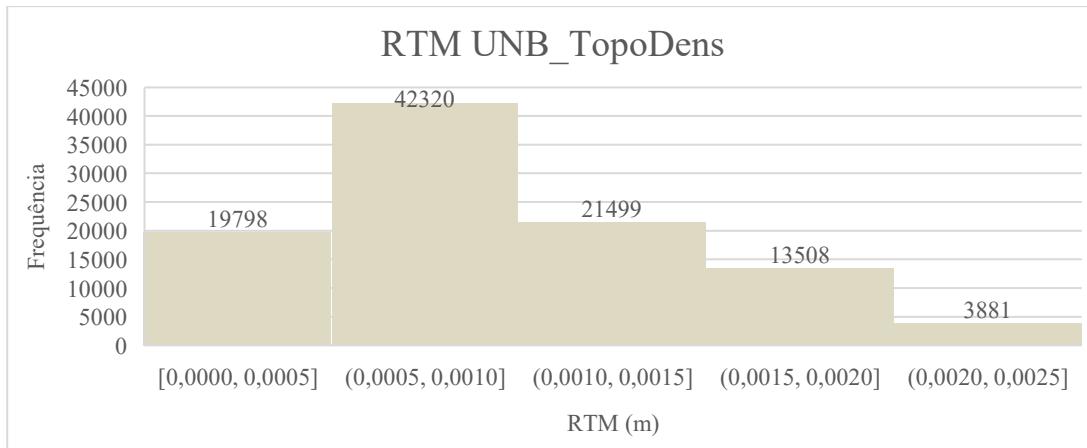


Figura 14 – Histograma de frequências RTM UNB_TopoDens.

Fonte: Autor (2024).

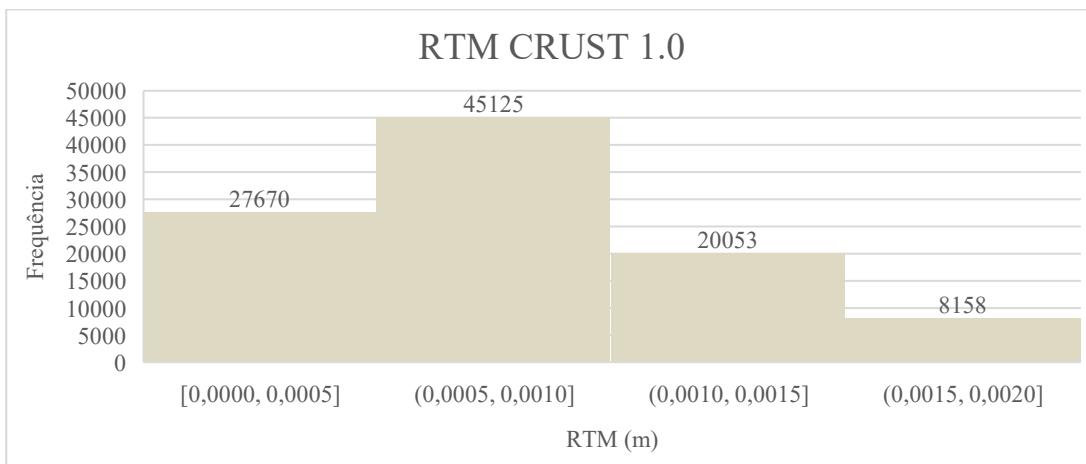


Figura 15 – Histograma de frequências RTM Crust 1.0.
Fonte: Autor (2024).

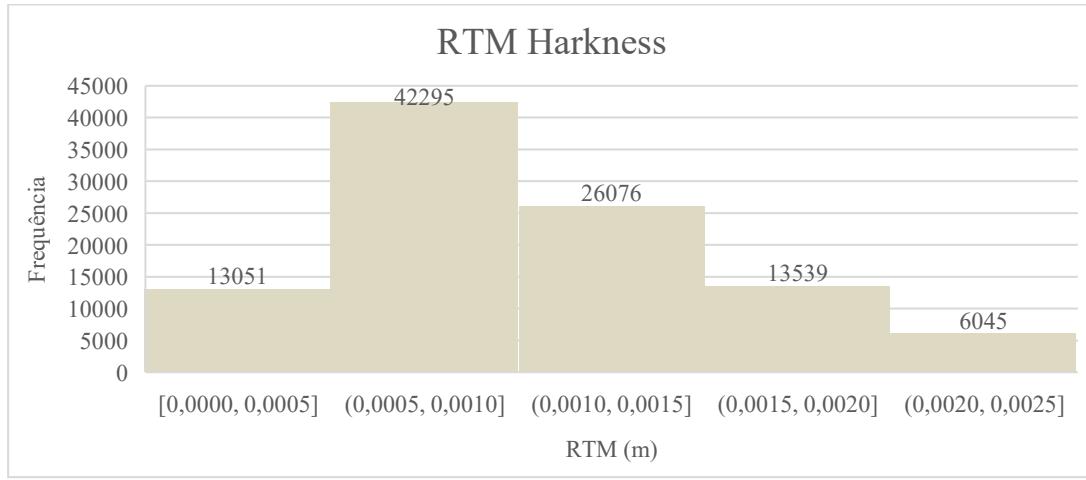


Figura 16 – Histograma de frequências RTM Harkness.
Fonte: Autor (2024).

A análise de variâncias foi aplicada, com o objetivo de avaliar se as médias dos valores associados aos valores de densidades globais e médio, são estatisticamente iguais (hipótese nula) ou estatisticamente diferentes, pelo menos uma das médias testadas (hipótese alternativa). A tabela 3, apresenta o resumo estatístico descritivo, inerente ao teste ANOVA (*Analysis of Variance*), base para o teste de hipóteses a partir da tabela 4, onde verificamos que o valor crítico (significância de 5%), foi fortemente superado pelo valor amostral, conjuntamente verifica-se que a estatística p tem valor inferior à significância do teste, ambos portanto, indicando forte rejeição da hipótese nula.

Tabela 3 – Resumo estatístico (ANOVA).

Grupo	Contagem	Soma (m)	Média (m)	Variância (m ²)
RtmUNB	101006	98,417671	0,00097437	2,4513E-07
RtmCRUST	101006	83,081041	0,00082254	1,5663E-07
RtmHarkness	101006	106,68167	0,00105619	2,5726E-07

Fonte: Autor (2024).

Tabela 4 – Resumo ANOVA.

Fonte da variação	SQ	gl	MQ	F	valor-P	F crítico
Entre grupos	0,00283975	2	0,00141988	6463,64084	0	2,99576189
Dentro dos grupos	0,06656365	303015	2,1967E-07			
Total	0,0694034	303017				

Fonte: Autor (2024).

Tendo em vista que o teste ANOVA, indica somente a existência ou não de pelo menos uma média estatisticamente diferente das demais, aplicou-se o teste paramétrico, Tukey, que calcula o fator diferença de mínima significância (DMS), e aplica às diferenças entre as médias por pareamento. A tabela 5 apresenta o resultado do teste de Tukey, para as médias das RTM calculadas para o Brasil, associadas aos modelos globais e médio das densidades das massas topográficas. Pareados os modelos, a análise de igualdade ou diferença estatística das médias das RTM, com significância do teste de 5%, analisa o resultado do fator $|\Delta M/DMS|$, se este é maior que 1, as médias comparadas são diferentes. No presente caso, constatamos que as médias RTM associadas a cada um dos modelos de densidade, são estatisticamente diferentes entre si.

Tabela 5 – Resumo teste de Tukey.

Contraste (RTM)	Diferença das Médias (ΔM)	DMS	$ \Delta M/DMS $
UNB-CRUST	0,000151839	4,88136E-06	31,10583426
UNB-Harkness	-8,18169E-05	4,88136E-06	16,76108684
CRUST-Harkness	-0,000233656	4,88136E-06	47,8669211

Fonte: Autor (2024).

4. Considerações finais

O presente estudo apresentou de maneira efetiva e inédita, o comportamento da RTM (com ênfase à altimetria) na porção continental do Brasil (dados posicionais ETOPO1 e de densidade com resolução de 5'x 5', totalizando 101006 pontos, efeito das zonas de Hayford até 210 km). Foram utilizados individualmente e comparados entre si, os modelos globais de densidades laterais (UNB_TopoDens e CRUST 1.0) e de densidade média (Harkness), na determinação do valor da RTM, empregando a integral de Newton, aplicada em tesseroides e zonais esféricos. Numericamente, neste trabalho, para o Brasil a RTM variou entre 0 e 2,5 mm, mostrando sua relevância relacionada aos sistemas altimétricos nacional e global. Aprimoramentos do modelo matemático, como utilização de correções harmônicas, dados posicionais e de densidade de altas resoluções, devem ser futuramente estudados e empregados. A avaliação em acurácia dos diversos grupos de dados e modelos de ajustamento, devem ser considerados em pesquisas futuras.

Referências

- Bucha, B., Janák, J.; Papčo, J.; Bezděk. A. High-resolution regional gravity field modelling in a mountainous area from terrestrial gravity data. *Geophysical Journal International* v.207, 949–966, 2016.
- Gemael, C. *Introdução à Geodésia Física*. Curitiba, Brasil: Editora da Universidade Federal do Paraná. 1999. 304p.
- Harkness, W. Solar parallax and its related constants, including the figure and density of the Earth. *Government Printing Office*, 1891.
- Heck, B.; Seitz. K. A comparison of the tesseroid, prism and point-mass approaches for mass reductions in gravity field modelling. *Journal of Geodesy*, v.81, 121–136, 2007.
- Heiskanen, W.A., Moritz, H. *Physical geodesy*. San Francisco, USA: Ed. Freeman, 1967. 364p.
- Hirt, C.; Featherstone, W.E.; Marti, U. Combining EGM2008 and SRTM/DTM2006.0 residual terrain model data to improve quasigeoid computations in mountainous areas devoid of gravity data. *Journal of Geodesy*, v.84, 557–567, 2010.

- Klees, R.; Seitz, K.; Slobbe. D.C. The RTM harmonic correction revisited. *Journal of Geodesy*, v.96, 39p, 2022.
- Laske, G., Masters, G., Ma, Z., Pasyanos, M.E. CRUST1.0: an updated global model of Earth's CRUST. *Geophysical Research Abstract*. EGU2012-37431, 2012.
- Marotta, A. M.; Barzaghi, B. A new methodology to compute the gravitational contribution of a spherical tesseroid based on the analytical solution of a sector of a spherical zonal band. *Journal of Geodesy*, v.91, 1207–1224, 2017.
- Molodenskii, M.S.; Eremeev, V.F.; Yurkina, M.I. *Methods for Study of the External Gravitational Field and Figure of the Earth*. Jerusalem, Israel: Israeli Programme for the Translation of Scientific Publications, 1962. 264p.
- Moritz, H. *Advanced physical geodesy*. Karlshure, Germany: Ed. Wichmann, 1980. 500p.
- Nagy, D.; Papp, G.; Benedek, J. The gravitational potential and its derivatives for the prism. *Journal of Geodesy*, v.74, 552–560, 2000.
- NOAA. National Geophysical Data Center. 2009: *ETOPO1 1 Arc-Minute Global Relief Model*. Disponível em <https://www.ngdc.noaa.gov/mgg/global/relief/ETOPO1/data/> Acesso em: 08/12/2024.
- Odalović, O.R.; Grekulović, S.M.; Starcević, M.; Nikolić, D.; Drakul, M.S.T.; Joksimović, D. Terrain correction computations using digital density model of topographic masses. *Geodetsky Vestnik*, v.62, n.1, 79-97, 2018.
- Rodrigues, T. L. A contribution for the study of RTM effect in height anomalies at two future IHRS stations in Brazil using different approaches, harmonic correction, and global density model. *Journal of Geodetic Science*, v.12, 75-91, 2022.
- Sánchez, L.; Agren, J.; Huang, J.; Wang, Y.M.; Makinen, J.; Pail, R. Strategy for the realization of the International Height Reference System (ITRS). *Journal of Geodesy*, v.95(33), 1–33, 2021.
- Sheng, M.B., Shaw, C., Vanícek, P., Kingdon, R.W., Santos, M., Foroughi, I. Formulation and validation of a global laterally varying topographical density]model. *Tectonophysics*. v.672, 45–60, 2019.
- Sjöberg, L. The effect on the geoid of lateral topographic density variations. *Journal of Geodesy*, v.78, 34–39, 2004.
- Tenzer, R.; Hamayun, Z.; Prutkin, I. A comparison of various integration methods for solving Newton's integral in detailed forward modelling. In: Mertikas, S. (eds) *Gravity, Geoid and Earth Observation. International Association of Geodesy Symposia* 135. Berlin, Heidelberg: Springer. 2010.
- Tsoulis, D.; Novák, P.; Kadlec, M. Evaluation of precise terrain effects using high-resolution digital elevation models. *Journal of Geophysical Research*, v.114, B02404, 2009.
- Vanícek, P.; Novák P.; Martinec, Z. Geoid, topography, and the Bouguer plate or shell. *Journal of Geodesy*, v.75(4), 210–215, 2001.
- Vanícek, P.; Tenzer, R.; Sjöberg, L.E.; Martinec, Z.; Featherstone, W.E. New views of the spherical Bouguer gravity anomaly. *Geophysical Journal International*, v.159, 460–472, 2004.
- Wang, Y. M.; Sanchez, L.; Ågren, J.; Huang, J.; Forsberg, R.; Abd-Elmotaal, H.A. Colorado geoid computation experiment – overview and summary. *Journal of Geodesy*, v.95. 2021.
- Yamazaki, D.; Ikeshima, D.; Tawatari, R.; Yamaguchi, T.; O'Loughlin, F.; Neal, J.C. A high accuracy map of global terrain elevations. *Geophysical Research Letters*, v.44, 5844–5853, 2017.
- Yang, M.; Hirt, C.; Wu, B.; Deng, X.; Tsoulis, D.; Feng, W. Residual Terrain Modelling: The Harmonic Correction for Geoid Heights. *Surveys in Geophysics*, v.43, 1201–1231, 2022.