# OS MODOS DA SILOGÍSTICA: PROVAS DE VALIDADE E INVALIDADE EM ARISTÓTELES.

**Elton Luiz Rasch***

**RESUMO**

O presente trabalho visa expor os métodos de prova utilizados por Aristóteles na silogística. Por um lado, serão expostas as técnicas para provar silogismos válidos, isto é, as provas diretas e as indiretas. As provas diretas são reduções de silogismos imperfeitos a silogismos perfeitos (àqueles da primeira figura), através do uso de conversões de proposições e inversão da ordem em que aparecem as premissas. Já as provas indiretas se utilizam, ou de redução ao absurdo, ou da técnica conhecida por *ekthesis* (exposição). Por outro lado, também será explorada a refinada técnica de rejeição de candidatos a silogismos, isto é, a eliminação de silogismos inválidos a partir de contraexemplos.

**Palavras-chave:** Aristóteles. Silogismo. Prova.

## 1. O SILOGISMO

Os silogismo[1] em questão neste trabalho, são os não-modais, isto é, os que envolvem apenas proposições categóricas assertivas, ou seja, sentenças com a forma sujeito predicado, portadoras de valor de verdade e que não possuem operadores modais (como necessidade e possibilidade). Os termos dessas proposições são do tipo universal, compreendendo um conjunto de indivíduos (ex. humanos, animais, plantas), e estão em oposição aos termos singulares, que por sua vez apontam para indivíduos destes conjuntos (ex. Sócrates, que está incluso no conjunto 'humanos'). Quanto aos tipos de proposições, estão em número de quatro: (A) Universal Afirmativa (Ex.: "Todo A é B"); (E) Universal Negativa (Ex.: "Nenhum A é B"); (I) Particular Afirmativa (Ex.: "Algum A é B") e (O) Particular Negativa (Ex.: "Algum A não é B").

Aristóteles fazia uma divisão de silogismos, as chamadas figuras do silogismo, com base na posição ocupada pelos termos nas proposições componentes. O número total de termos de um silogismo é sempre três, sendo que um deles, denominado termo médio, é

* Mestrando em filosofia. el.rasch@gmail.com
Universidade Federal de Santa Maria.
Bolsista da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.

[1] Há uma diferença entre o termo "silogismo" tomado na concepção contemporânea e o que Aristóteles entendia por silogismo e que é traduzido por 'dedução', para evitar confusões. Na concepção contemporânea, que será a utilizada aqui, o silogismo pode ser válido ou inválido. Já para Aristóteles, em virtude de sua definição de dedução, uma dedução era necessariamente válida, ou não se tratava de uma dedução.

instanciado uma vez em cada premissa, e não aparece na conclusão. Assim, caso o termo médio aparecesse como sujeito da primeira premissa, e predicado na segunda premissa, o silogismo era classificado como pertencente à primeira figura. Já se o termo médio fosse predicado nas duas premissas, o silogismo era enquadrado na segunda figura. Caso fosse o termo sujeito em ambas as premissas, era tido como um silogismo de terceira figura. Aristóteles cita apenas estas três figuras nos *Analíticos Anteriores*, porém uma quarta foi incorporada à teoria, de modo que o termo médio ocupa a posição de predicado na primeira premissa e sujeito na segunda[2].

Aristóteles julgava, embora não esteja claro até que ponto, que os silogismos da primeira figura eram autoevidentes, isto é, não havia a necessidade de fornecer-lhes provas[3]. Dada esta característica, chamava-os de perfeitos ou completos. Além disso, estes serviam como espécies de axiomas para as demais figuras, cujos modos deveriam ser "completados" ou "perfectibilizados"[4]. Isto se pode ocorrer em processos diretos ou indiretos.

## 2. PROVAS DIRETAS

Para esta tarefa, Aristóteles se utiliza de conversões, justificada no capítulo 2 dos *Analíticos Anteriores*, que são inferências feitas diretamente a partir de uma das proposições do silogismo. Elas aparecem em número de três, duas sob a alcunha "Conversão simples" e uma sendo chamada de "Conversão por acidente":

1. Conversão simples (S*impliciter*): é a troca de posição dos termos sujeito e predicado. Ocorre apenas nas Universais Negativas e Particulares Afirmativas. Ex.: de "Nenhum A é B" se passa para "Nenhum B é A". Outro exemplo, de "Algum A é B" para "Alguma B é A".

2. Conversão por acidente (*Per Accidens*): é a troca de quantificador, concomitante à troca de posição dos termos sujeito e predicado de uma proposição. Ocorre apenas em

[2] Para uma discussão mais aprofundada sobre a introdução da quarta figura, ver Rescher (1996).

[3] Alguns comentadores antigos afirmam que os dois primeiros modos possuem ainda mais clareza dentro da primeira figura. Dentre os vários motivos, o que se sobrepõe é o fato destes modos serem os únicos com conclusões universais. Entretanto, Striker (2009, p. 109 $29^{b}1$) afirma que Aristóteles simplesmente os julgava suficientes para provar todos os demais modos, não fazendo juízo sobre seu grau de evidência.

[4] Perfectibilização e redução não são termos sinônimos. A perfectibilização é utilizada para tornar mais clara a necessidade da conclusão de certo modo em detrimento da validade de outro modo (neste caso, de primeira figura). No entanto, também é possível que ocorra redução de modos sem que ocorra perfectibilização, como a redução de algum modo perfeito para um não perfeito. Para mais detalhes ver Striker, (2009, p. 100 $27^{a}2$, p. 109 $29^{b}1$).

proposições Universais Afirmativas. Ex.: de "Todo A é B" se passa para "Algum B é A".

Entretanto, é necessário certo cuidado na utilização da conversão por acidente. O sistema de Aristóteles foi erguido tendo em vista a premissa de não utilizar termos que não possuíssem referência, os chamados termos vazios. Desse modo, quando se diz, por exemplo, que "Todo marciano é verde", e se aplica a conversão por acidente, chegaríamos até a proposição "Algum marciano é verde". Contudo, interpretações na lógica moderna podem sugerir que a melhor interpretação dessa proposição seja "Existe algo que é marciano e que é verde", de modo que, de "Todo marciano é verde" se passaria para "Existem marcianos", um resultado não aceito em geral. Por isso, caso se queira trabalhar com termos vazios (que não denotam objeto algum), é preciso fazer certas restrições.

Aristóteles fala ainda de uma terceira operação, que consiste na transposição de premissas, cujo funcionamento será demostrado mais adiante.

A tradição também reconhece outras duas operações como inferências imediatas possíveis, a partir das proposições categóricas e fazendo uso de termos negativos (não-x)[5]:

1. Obversão: esta operação consiste em utilizar a qualidade oposta do quantificador e do termo predicado, de modo que, por exemplo, "Todo homem é feliz" resulta em "Nenhum homem é infeliz (não-feliz)". Outro exemplo é "Algum homem é feliz", que resulta em "Algum homem não é infeliz (não-feliz)".

2. Contraposição: trata-se de negar ambos os termos da proposição, e inverter a sua ordem, de modo que o termo sujeito vire o termo predicado e vice-versa. Por exemplo, de "Todo homem é feliz" podemos inferir que "Todos os infelizes (não-felizes) são inumanos (não-humanos)".

Contudo o objetivo aqui é mostrar as provas da silogística tal como Aristóteles as concebeu, i.e., com termos vazios, e dado o exposto acima já é possível realizar uma demonstração como exemplo. Tomemos o caso de *CAMESTRES*, um silogismo da segunda figura:

---

[5] Estas operações são tradicionalmente utilizadas pelos autores da tradição que buscam fazer reduções de modos da primeira figura para os modos *BARBARA* e *CELARENT*, também da primeira figura. Entretanto, Aristóteles não chegou a utilizar termos negativos.

> Se M pertencer a todo N, mas a nenhum X, X pertencerá a nenhum N. Pois, se não M pertence a nenhum X, tampouco X pertencerá a qualquer M; mas foi assumido que M pertence a todo X; Portanto, X não irá pertencer a nenhum N – surgiu a primeira figura novamente. E dado que a premissa privativa se converte, também N não pertencerá a nenhum X, de modo que serão o mesmo silogismo. [6] (An Ant. I.5, 27a9-12).

Para que as operações fiquem mais claras, eis os passos, partindo de *CAMESTRES*:

| | |
|---|---|
| 1 – Todo A é B | Premissa de *CAMESTRES* |
| 2 – Nenhum C é B | Premissa de *CAMESTRES* |
| 3 – Nenhum C é A | Conclusão de *CAMESTRES* |

O primeiro passo de Aristóteles é inverter as premissas, o que é sinalizado pela letra “M” entre “A” e “E” em *CA**M**ESTRES*, de modo que o silogismo fique:

| | |
|---|---|
| **2 – Nenhum C é B** | Premissa (2) de *CAMESTRES* |
| **1 – Todo A é B** | Premissa (1) de *CAMESTRES* |
| 3 – Nenhum C é A | Conclusão de *CAMESTRES* |

A segunda operação é aplicar a conversão simples na premissa universal negativa, simbolizada pela letra primeira instância da letra “S”, e incidindo sob a vogal imediatamente anterior, neste caso, a premissa Universal Negativa. Assim temos:

| | |
|---|---|
| **2 – Nenhum B é C** | Conversão Simples de Universal Negativa |
| 1 – Todo A é B | Premissa de *CAMESTRES* |
| 3 – Nenhum C é A | Conclusão de *CAMESTRES* |

Por último, basta que se aplique novamente a conversão simples na conclusão, indicado pela última letra “S”, para que se chegue à *CELARENT* , que é um silogismo da primeira figura, e portanto, perfeito:

[6] “Again, if M belongs to all N and to no X, X will belong to no N. For if M belongs to no X, neither does X belong to any M; but it was assumed that M belongs to all X; therefore, X will belong to no N – for the first figure has come about again. And since the privative premiss converts, neither will N belong to any X, so that there will be the same syllogism.”. Traduzido pelo autor a partir do texto.

| | |
|---|---|
| 1 – Nenhum B é C | Premissa de *CELARENT* |
| 2 – Todo A é B | Premissa de *CELARENT* |
| **3 – Nenhum A é C** | Conclusão de *CELARENT* |

Este é o mecanismo básico para provar os modos válidos, e é suficiente para provar quase todos. Entrentanto, para alguns casos não é possível alcanaçar a conclusão almejada através deste método, e Aristóteles se vê forçado a utilizar as provas indiretas.

## 3. PROVAS INDIRETAS

As perfectibilizações indiretas claramente não são as preferidas de Aristóteles, pois embora mostrem que alguma conclusão se siga necessariamente das premissas, não mostram o *por quê* se seguem, isto é, não expõe de modo direto os passos dados na prova[7]. São de dois tipos: redução ao absurdo e *ekthesis.*

### 3.1 Redução ao Absurdo

Este tipo de prova consiste em inserir na prova a proposição contraditória da conclusão esperada, isto é, sua negação. Do mesmo modo que ocorre na dedução natural, esta proposição é inserida como uma hipótese, e a partir da impossibilidade de suas consequências isto é, das incompatibilidades que são extraídas da prova a partir da inserção da hipótese se demonstrada a falsidade da mesma. Como exemplo, tomemos *BOCARDO*[8]:

> Mas se M pertencer a todo N, mas não pertencer a algum X, é necessário para N que não pertença a algum X. Pois se pertencer a todo X, e M é predicado de todo N, é necessário que M pertença a todo X. Porém, foi assumido que não pertencia a algum. E se M pertencer a todo N mas não a todo X, haverá um silogismo, pois como efeito N não pertencerá a todo X.[9] (An Ant. I.5, 27a36-b1)

[7] Uma crítica do próprio Aristóteles pode ser encontrada nos *Analíticos Posteriores* I, 26.
[8] *BAROCO* da segunda figura, e *BOCARDO* da terceira, são os dois únicos modos nos quais a conversão não é possível, sendo necessária a utilização de técnicas de prova indiretas.
[9] "if M belongs to all N but does not belong to some X, it is necessary for N not to belong to some X. For if belongs to all X and M is predicated of every N, it is necessary for M to belong to every X. But it was assumed that it did not belong to some. And if M belongs to every N but not to every X, there will be a syllogism to the effect that N does not belong to all X.". Traduzido pelo autor a partir do texto.

STRIKER comenta que Aristóteles na verdade não fornece uma regra explícita para a operação, porém ela apresenta a sua própria versão: “Se uma suposição usada em uma dedução leva a uma contradição, então a suposição é falsa e sua contraditória necessita ser verdadeira”[10].

Para esclarecer o procedimento, vamos refazer a prova passo a passo, começando com *BOCARDO,* cuja conclusão (3) se busca provar. O primeiro passo é expor o argumento:

| | |
|---|---|
| 1 – Algum B não é A | Premissa de *BOCARDO* |
| 2 – Todo B é C | Premissa de *BOCARDO* |
| **3 – Algum C não é A** | Conclusão de *BOCARDO*, que se pretende provar |

A seguir, se inclui como hipótese (4) a contraditória da conclusão que se deseja provar (3), a fim de obter sua falsidade:

| | |
|---|---|
| 1 – Algum B não é A | Premissa de *BOCARDO* |
| 2 – Todo B é C | Premissa de *BOCARDO* |
| 3 – Algum C não é A | Conclusão de *BOCARDO*, que se pretende provar |
| **4 – Todo C é A** | Hipótese, contraditória de 4 |

Utilizando (2) e (4) como premissas, podemos chegar a (5), que é a conclusão de *BARBARA*, um silogismo válido:

| | |
|---|---|
| 1 – Algum B não é A | Premissa de *BOCARDO* |
| 2 – Todo B é C | Premissa de *BOCARDO* |
| 3 – Algum C não é A | Conclusão de *BOCARDO*, que se pretende provar |
| 4 – Todo C é A | Hipótese, contraditória de 4 |
| **5 – Todo B é A** | Conclusão de *BARBARA*, obtida com as premissas 4 e 1 |

Porém, se observarmos de perto podemos constatar uma incompatibilidade (contradição) entre (1) e (5), o que nos leva a assumir que a hipótese é falsa, sendo portante verdadeira a sua contraditória (6), que é justamente a conclusão que se pretendia provar:

| | |
|---|---|
| 1 – Algum B não é A | Premissa de *BOCARDO* |
| 2 – Todo B é C | Premissa de *BOCARDO* |
| 3 – Algum C não é A | Conclusão de *BOCARDO*, que se pretende provar |

[10] Striker (2009, p. 70). “If an assumption used in a deduction leads to a contradiction, then the assumption is false and its contradictory must be true”. Traduzido pelo autor a partir do texto.

| | |
|---|---|
| 4 – Todo C é A | Hipótese, contraditória de 4 |
| 5 – Todo B é A | Conclusão de *BARBARA*, obtida com as premissas 4 e 1 |
| **6 – Algum C não é A** | Contraditória da hipótese , conclusão de *BOCARDO* |

Os dois únicos modos nos quais se faz necessária a utilização da redução ao absurdo são *BAROCO* (2ª fig.) e *BOCARDO* (3ª fig.). A letra "C" desses modos é o que indica sua necessidade, sendo assim, os dois únicos modos imperfeitos a possuí-la.

É importante notar que este método também está apoiado no quadrado de oposições, em particular na relação de contraditoriedade. Esta relação toma como axioma o Princípio do Tercerio Excluído, que não é aceito de modo irrestrito em alguns sistemas de lógica, em particular, o intuicionismo.

### 3.2 *Ekthesis*

Este tipo de prova é visto por Aristóteles como uma alternativa à redução ao absurdo, e ocorre através da criação de um novo termo, ainda não utilizado na prova, e que compreende ou uma parte comum a dois termos ou uma parte de um termo. De acordo com Lagerlund (2010), lembrando Patzig e Smith, há quatro regras básicas para o procedimento de prova por ekthesis:

**(A)** – "Algum B é A" implica a criação de um termo C, de modo que "Todo A é C" e "Todo B é C", isto é, trata-se de uma parte da intersecção dos conjuntos A e B.

**(B)** – "Algum B não é A" implica a criação de um termo C, onde "Nenhum C é A" e "Todo C é B", isto é, o termo C engloba uma parte do termo B, fora da intersecção.

**(C)** – "Todo C é A" e "Todo C é B", implicam "Algum B é A".

**(D)** – "Nenhum C é A" e "Todo C é B", implicam "Algum B não é A".

Para ilustrar o funcionamento do método na prática, vamos utilizá-lo na prova de *BOCARDO.* O primeiro passo é, a partir da premissa (1), obter o passo (3) e (4), aplicando-lhe a regra (B):

| | |
|---|---|
| 1 – Algum B não é A | Premissa de *BOCARDO* |
| 2 – Todo B é C | Premissa de *BOCARDO* |
| **3 – Nenhum D é A** | Regra (B) aplicada em 1 |
| **4 – Todo D é B** | Regra (B) aplicada em 1 |

Se observarmos bem, a partir de (2) e (4) é possível extrair *BARBARA*:

| | |
|---|---|
| 1 – Algum B não é A | Premissa de *BOCARDO* |
| 2 – Todo B é C | Premissa de *BOCARDO* |
| 3 – Nenhum D é A | Regra (B) aplicada em 1 |
| 4 – Todo D é B | Regra (B) aplicada em 1 |
| **5 – Todo D é C** | Conclusão de *BARBARA*, de (2) e (4) |

Agora basta que apliquemos a regra (D), utilizando (3) e (5) para que resulte a conclusão desejada:

| | |
|---|---|
| 1 – Algum B não é A | Premissa de *BOCARDO* |
| 2 – Todo B é C | Premissa de *BOCARDO* |
| 3 – Nenhum D é A | Regra (B) aplicada em 1 |
| 4 – Todo D é B | Regra (B) aplicada em 1 |
| 5 – Todo D é C | Conclusão de *BARBARA*, de (2) e (4) |
| **6 – Algum C não é A** | Regra (D) aplicada em 3 e 5 |

Alexandre de Afrodísias demostra que na realidade este método é suficiente para provar todos os modos válidos. Entretanto, Aristóteles sofreu algumas críticas por parte de seus comentadores contemporâneos, que apontavam para circularidades na argumentação decorrentes do método.

## 4. REJEIÇÃO DE CANDIDATOS A SILOGISMO

Aristóteles possui uma refinada técnica de rejeição de candidatos a silogismo (silogismos inválidos), fazendo uso implícito do quadrado de oposições. A técnica se baseia na apresentação de contraexemplos, e elimina várias possibilidades de silogismo, através de triplas de termos, de modo bastante similar à técnicas modernas de prova: para mostrar que uma dada forma silogística é inválida[11] o que Aristóteles faz é apresentar apenas uma instância de premissas verdadeiras e conclusão falsa, nessa forma silogística.

Nas demonstrações que servem para rejeitar um candidato de silogismo, Aristóteles lança mão de um par de triplas de termos, para serem combinados em premissas, sob a forma da pretensa dedução. A partir de uma dessas triplas é possível extrair uma conclusão do tipo universal afirmativa que, como as premissas, é verdadeira. Com a outra tripla Aristóteles também obtém premissas e conclusão verdadeiras, mas a conclusão é do tipo universal negativa. Dadas as leis de relações entre proposições, quando uma proposição do tipo

[11] Aristóteles fala em "combinações de premissas e conclusões que não '*silogizam*'".

universal afirmativa é verdadeira, a proposição que lhe corresponde na forma de universal negativa e particular negativa é falsa. As mesmas regras aplicam-se para a outra tripla, que resulta na proposição universal negativa: quando ela é verdadeira, as correspondentes, universal afirmativa e particular afirmativa, são falsas. Juntando todos os tipos de proposições falsas de acordo com o quadrado de oposições, ele elimina a possibilidade da dedução em tal forma.

Aristóteles fornece exemplos de triplas já na primeira figura, para provar que não é possível realizar uma dedução quando há uma premissa universal afirmativa seguida por uma premissa universal negativa: "Como termos de predicação universal tomemos, por exemplo, *animal, homem, cavalo*; e de predicação não-universal *animal, homem, pedra*"[12]. Obtemos então o resultado da primeira tripla:

(1) Todo homem é animal
(2) Nenhum cavalo é homem
(3) Todo cavalo é animal

Evidentemente tanto as premissas quanto a conclusão são verdadeiras. Sendo "todo cavalo é animal" verdadeiro, nem "nenhum cavalo é animal" e nem "algum cavalo não é animal" podem ser verdadeiras, estando essas conclusões descartadas para este modo da primeira figura.

Como resultado da segunda tripla, obtemos:

(1) Todo homem é animal
(2) Nenhuma pedra é homem
(3) Nenhuma pedra é animal

Também nesse caso premissas e conclusão são verdadeiras. Assim sendo, se "nenhuma pedra é animal" é verdadeira, é falso que "alguma pedra é animal" e também que "toda pedra é animal". Estas duas proposições, acrescidas das outras duas mencionados no parágrafo anterior, resultam na impossibilidade de haver uma conclusão necessária nessa

[12] "Terms for belonging to all: animal, human horse; for belonging to none: animal, human, stone" An. Ant. 26ª8-10. Traduzido pelo autor a partir do texto.

figura com premissas do tipo A e E, nessa ordem, isto é, este modo está descartado como silogismo válido. Com este método é possível descartar várias combinações de proposições com pares de triplas ao invés de testar as combinações uma de cada vez, o que garante uma economia significativa de tempo e trabalho no processo de prova. Ademais, este sutil e refinado método contribui para fixar ainda mais a sua imagem de genial e inventivo.

## REFERÊNCIAS

ARISTÓTELES. **Organon**. Tradução do grego e notas de Pinharanda GOMES. Lisboa: Guimarães Editores, 1987.

LAGERLUND, Henrik, "Medieval Theories of the Syllogism", **The Stanford Encyclopedia of Philosophy** (Spring 2010 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <http://plato.stanford.edu/archives/spr2010/entries/medieval-syllogism/>.

RESCHER, Nicholas. **Galen and the Syllogism**. Pittsburgh: University of Pittsburgh Press, 1996.

SAUTTER, F. T. "A Essência do Silogismo: Uma Abordagem Visual". **Cognitio**, 11, 2, 2010: 316-322.

SAUTTER, F. T. "As Regras Supremas dos Silogismos". **Kant e-Prints** (Online), v. 5, (2010b) p. 15-26.

SMITH, Robin. **Aristotle Prior Analytics**. Indianapolis: Hackett, 1989.

STRIKER, Gisela. **Aristotle Prior Analytics Book I**. New York: Oxford University Press, 2009.