

ERICKSON, Glenn Walter; FOSSA, John A. *Número e razão: os fundamentos matemáticos da metafísica platônica*. Natal: EDUFRN, 2005. 152 p.

Jorge dos Santos Lima*

As possibilidades de se interpretar o texto de Platão invadem nosso modo de pensar e nos remete a um momento filosófico em que a totalidade de sentimentos que nos arrebatam impõe profunda reflexão. Esse escrito *Número e Razão: os fundamentos matemáticos da metafísica platônica* nos lança no mundo de perspectivas filosóficas, lançamento este que é próprio do texto filosófico. Assim, Erickson e Fossa reúnem oito dos seus escritos já publicados separadamente e que analisam as simetrias entre metafísica ou ontologia e matemática em Platão. Portanto, procuramos aqui expor de maneira resumida as principais idéias orientadoras que envolvem cada capítulo em conjunto com a idéia orientadora que os transpassa com o objetivo de apreender seu sentido mais amplo.

No primeiro capítulo - *Os sólidos regulares na antiguidade* - publicado anteriormente em *Cadernos de História e Filosofia da Ciência*, Erickson e Fossa pretendem explicar porque Platão relaciona “os sólidos regulares com os corpos primordiais presentes no *Timaeus*” (p. 27). Há, então, uma implícita problemática: Como ocorre o isomorfismo entre os corpos primordiais – fogo, ar, água e terra – e os sólidos regulares? Assim, trabalha-se com a hipótese de que as propriedades dos sólidos regulares explicariam as propriedades dos corpos primordiais.

Para Erickson e Fossa, a teoria que liga as propriedades dos sólidos regulares com as propriedades dos corpos fogo, ar, água e terra, além de fazer parte de um projeto que visualiza uma estrutura matemática nos fenômenos do mundo, fundamenta até a Idade Média a teoria física, biológica, médica e psicológica. Essa fundamentação é demonstrada por uma tabela (p.12) que expõe como são as ligações dos sólidos com os corpos e com as outras relações interdisciplinares.

Após a ênfase dada a expansão e influência histórica que ocorrem a partir do isomorfismo entre corpos e sólidos, os autores problematizam quais relações possíveis existem entre a teoria pitagórica e a platônica.

* Doutorando e Mestre em Filosofia pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal – Brasil, prof.jorge@ufrnet.br.

Sobre Pitágoras destaca-se quatro itens: primeiro, seus estudos se encaixam entre os físicos jônicos uma vez que o número, para ele, “é um objeto concreto e sensível e não um objeto abstrato” (p.13); segundo, o universo pitagórico não é só número, “mas número e harmonia”; terceiro, Pitágoras, ao expor a necessidade que a alma tem de se libertar do corpo, funda “uma irmandade com conhecimentos esotéricos e exotéricos” (p.13); e quarto, os pitagóricos, ao venerar a *tetractys* formada pelos números {1, 2, 3 e 4}, definem os elementos necessários a construção do universo, esses são: o 1 como o ponto, o 2 como a reta, o 3 como a superfície e o 4 como o sólido.

Sempre segundo Erickson e Fossa, vemos que a teoria pitagórica não para em Pitágoras, mas se desenvolve no curso histórico em formas de gerações. A primeira geração é com Pitágoras que desenvolve a aritmética dos números racionais, mas cabe aos pitagóricos da segunda geração as descobertas dos números irracionais. Essa descoberta gera uma crise no pitagorismo que trabalha apenas com números racionais, ou seja, com grandezas expressas unicamente como razão de dois números naturais. Consequentemente, surge as grandezas discretas e contínuas e, desse modo, prova-se a incomensurabilidade. Como a aritmética só abrange grandezas discretas, recorre-se a geometria para as grandezas contínuas. Logo, tanto as grandezas discretas e contínuas são geometrizadas. (p.14)

Para resolver as crises que se instalaram com as limitações da aritmética, emerge a terceira geração pitagórica e Platão é o seu principal representante. Platão, em conjunto com os matemáticos de sua Academia a exemplo de Eudoxus, resolve pesquisar a origem e as possibilidades da irracionalidade, assim, escolhe investigar o isomorfismo entre corpos primordiais e sólidos regulares.

Erickson e Fossa, nesse capítulo, apresentam um estudo detalhado sobre dois aspectos dos sólidos regulares: (1) suas propriedades fenomenológicas nas correlações com corpos primitivos e (2) suas propriedades matemáticas também nas correlações com os mesmo corpos primitivos. Dessa forma, especula-se que essas duas diferentes propriedades estão expostas apenas indiretamente na obra *Timeu* de Platão.

Mesmo tratando de forma alegórica ou indireta sobre os dois aspectos dos sólidos regulares citados acima, o *Timeu* é analisado por Erickson e Fossa como uma obra platônica que reúne a racionalidade (a Razão, os racionais) e irracionalidade (a Necessidade, os irracionais) agindo numa cooperação mútua (os Reais) para a construção do universo (p. 20). Portanto, concluem Erickson e Fossa, “o projeto científico platônico-pitagórico” assemelha-se ao projeto científico da Modernidade quando tenta explicar fenômenos físicos a partir de modelos matemáticos.

O segundo capítulo, também publicado anteriormente em *Cadernos de história e Filosofia da Ciência* é intitulado *O número nupcial no livro VII da República*. Erickson e Fossa, seguindo o mesmo padrão do capítulo 1, deixa claro que o propósito de seu trabalho não é de natureza histórica e que não tem a pretensão de oferecer uma extensa crítica do texto de Platão (p. 29). Como há várias interpretações sobre *o número nupcial* ou *número geométrico* de Platão, objetiva-se apresentar, nesse capítulo, uma nova interpretação desse *número*.

Para Erickson e Fossa, o *número geomérico*, segundo sua proposta interpretativa pressupõe:

1. matemática da passagem é fundamental à sua interpretação;
2. propósito do “número” definido na passagem é exatamente aquilo que platão afirma: determinar os melhores e os piores períodos para os nascimentos.(p.20)

A primeira pressuposição tem Platão como um verdadeiro matemático. Defende-se, assim, que Platão segue a tradição pitagórica e “que as passagens matemáticas dos diálogos platônicos se referem a doutrinas esotéricas de importância fundamental para a compreensão do pensamento platônico”(p. 30). Erickson e Fossa, desse modo, propõem o estudo dos textos platônicos a partir de sua matemática. Para a segunda pressuposição, há um convite ao uso do próprio texto da *República* em 546 C-D que revela a proposta platônica de determinar os piores e melhores períodos para reprodução humana.

Na passagem em questão, Platão descreve três números. Embora exista um certo consenso do que sejam estes números, é apropriado explicá-los aqui. O primeiro número é descrito como o produto de fatores iguais multiplicados por cem. [...] Em contraste, os dois números restantes são números retangulares, ou seja, o produto de dois números desiguais. Platão afirma que os dois tem comprimentos iguais e [...] os comprimentos serão iguais ao número quadrado. (p. 30-31)

Essa passagem refere-se ao *número geométrico*. Erickson e Fossa, para facilitar a explicações de como se forma e se desenvolve o *número*, utilizam nove figuras geométricas como

resultado de suas interpretações. Ao concluírem a explicação dessas figuras, concluem suas exposições sobre o número nupcial ou geométrico.

Explicando como o número nupcial determinam as melhores e piores épocas de reprodução humana e quais as idades dos homens e mulheres para procriarem em favor da harmonia ou desarmonia do Estado, Erickson e Fossa provam, mais uma vez, como Platão tenta manter, mesmo atento a manifestação da irracionalidade, uma leitura matemática sobre os fenômenos, não somente físicos, mas biológicos e sociais como é o caso das relações matrimoniais.

O terceiro capítulo, de título: *Uma heurística platônica para ternos pitagóricos*, relaciona o teorema de Pitágoras com outro teorema, o de Platão, e este, à linha dividida com o objetivo de indicar as fórmulas utilizadas na Antiguidade para gerar ternos pitagóricos. Convém ainda salientar que essa ligação entre teoremas e linha dividida cria um modelo matemático que estrutura um núcleo no pensamento de Platão com fins de orientar toda sua obra. Como defendem os autores, nesse capítulo se demonstra o porquê da linha dividida não poder ser considerada uma simples alegoria no final do livro VI da *República*, mas uma doutrina que orienta o pensamento de Platão presente em seus textos.

Erickson e Fossa percebem a existência de uma unidade no pensamento de Platão, é a linha dividida. Essa linha dividida manifesta-se geometricamente gerando uma fórmula matemática platônica para se alcançar ternos pitagóricos. Conseqüentemente, a fórmula platônica pode ser utilizada para se descobrir novas linhas divididas. Mesmo que haja um consenso entre os pesquisadores sobre a fórmula platônica no que se refere a complementação da fórmula de Pitágoras no processo de geração de ternos pitagóricos, percebe-se que Platão e seus acadêmicos matemáticos não tinham o intuito de gerar todos os ternos pitagóricos existentes, mas somente os que derivam e geram linhas divididas. Nesse sentido, Erickson e Fossa utilizam o diagrama de Pappus (p. 53) para explicar como toda linha dividida gera um terno pitagórico.

Aqui, não se diz que há apenas uma linha dividida, mas várias linhas divididas que são geradas por uma única fórmula, a da Linha Dividida. Essas linhas divididas dão origem a fórmula de Platão para ternos pitagóricos. Como Platão é um pitagórico da terceira geração, as linhas divididas “estruturam a ontologia, epistemologia e cosmologia platônicas” (p. 49). Alertemos desde já que segundo Erickson e Fossa a matemática também é utilizada por Platão para justificar não somente questões macrocósmicas como a formação do universo em destaque no primeiro capítulo, nem apenas questões sociais e biológicas como no segundo capítulo, mas também questões referentes a interpretação do homem sobre si mesmo, seu

pensamento e as coisas ao seu redor. Portanto, a linha dividida surge como estrutura cosmológica, ontológica, epistemológica e, como se vê também no sexto capítulo, psicológica.

O quarto capítulo - *Sobre a classificação de triângulos pitagóricos* - desenvolve as fórmulas que geram triângulos pitagóricos. São três fórmulas: a pitagórica, a platônica e a babilônica. A babilônica, que intenta encontrar todos os ternos pitagóricos na medida em que se encontra todos os pares de números naturais primos entre si (p. 60), gera a pitagórica e esta, a platônica. Pela fórmula pitagórica encontra-se os ternos pitagóricos ímpares, pela fórmula platônica define-se, além dos ternos ímpares, os ternos pares considerados números geométricos femininos. A Fórmula de Platão, não gera só ternos primitivos como se propunha a de Pitágoras, gera ternos que se alternam entre primitivos e o dobro de alguns primitivos (p. 58). Porém, a fórmula babilônica gera, antes mesmo de Pitágoras e Platão, todos os ternos primitivos. Erickson e Fossa afirmam que “as duas fórmulas gregas não foram uma descoberta independente (e menos sofisticada) da fórmula babilônica, mas que foram derivadas desta, de alguma forma, para fins de destacar os triângulos assim gerados” (p. 59). A fórmula pitagórica e a platônica, por visarem objetivos diferentes, são diferentes uma da outra.

Como explicar qual a necessidade de Platão em criar uma nova fórmula? Semelhante a Pitágoras que criou uma fórmula diferente da babilônica com o objetivo de criar triângulos que, “contendo as concordâncias musicais, provavelmente foram usadas pelos pitagóricos na sua cosmogonia” (p.65), Platão, por apresentar uma cosmogonia diferente da de Pitágoras, inventa uma fórmula própria para encontrar todos os triângulos exigidos na sua explicação do universo. Nessa nova cosmogonia “era necessário contemplar os 28 números da alma (Ver *Timeo*, 35 – 36) e, portanto, Platão estaria procurando Triângulos em que estes números aparecessem” (p. 66). A fórmula de Platão, ao gerar triângulos chamados platônicos, resolve essa nova necessidade de explicar o mundo.

O quinto capítulo - *A química Platônica* - antes publicado em *Estudos sobre o número nupcial* de Erickson e Fossa, tem como objetivo analisar as propriedades dos elementos materiais no que se refere a sua composição, combinação e transformação de uns com os outros (p. 78). Quais são as propriedades fenomenológicas dos elementos materiais? São fogo, ar, água e terra e, ainda, o universo em toda a sua forma. Erickson e Fossa, no capítulo anterior e em outros textos, relacionam o fogo, o ar, a água e a terra com o “tetraedro ou pirâmide (quatro faces), o hexaedro ou cubo (seis faces), o octaedro (oito faces), o dodecaedro (doze faces) e o icosaedro (vinte faces)” (p. 69).

O dodecaedro se identifica com a forma do universo, o tetraedro com o fogo, o cubo com a terra, o octaedro com o ar e a água com o icosaedro. Logo, a análise química desses elementos materiais é realizada através de suas formas geométricas e não pelas propriedades que se manifestam aos sentidos humanos.

Para Platão, segundo o *Timeu* 32c, dizem Erickson e Fossa, os elementos materiais são estruturados proporcionalmente a suas propriedades matemáticas o que se permite pensar em uma união harmônica de todo o universo. Essa proporção não se refere aos fenômenos físicos ou materiais da natureza, mas às propriedades matemáticas desses fenômenos físicos e materiais. Os princípios básicos dessas propriedades são, portanto, números geométricos, o que justifica a defesa de uma continuidade do projeto pitagórico por Platão. Aqui não se fala de propriedades como o átomo, mas como propriedades geométricas que se assemelham ao átomo no que diz respeito a sua função de construção do universo.

Ao discordarem de Cornford e Heath, Erickson e Fossa apelam para a nova hipótese, diferente até mesmo de hipóteses defendidas anteriormente por eles, “de que a razão da proporção seja uma quarta musical (4:3)” (p. 71). Por que uma quarta musical? Acreditamos que a resposta tem conotação prática. Vemos duas possibilidades: porque a quarta musical satisfaz a exigência de uma perfeição mais que possível na reconstrução da química platônica e porque Pitágoras também utilizava a quarta musical como um dos elementos reveladores da proporção harmônica do universo. Infelizmente, não é claramente manifesto nesse capítulo o motivo da razão da proporção ser uma quarta musical, mas é evidente que, mesmo com a influência da irracionalidade, os elementos materiais revelam uma proporção quase que perfeita na medida em que estão correlacionadas proporcionalmente as suas propriedades matemáticas.

Nesse contexto, Erickson e Fossa analisam a combinação e transformação dos elementos materiais na medida em que possuem “propriedades fenomenológicas em virtude da sua forma geométrica” (p. 74). Assim, na forma de uma tabela periódica lista-se “todas as variedades dos Elementos Materiais, agrupando cada um segundo tamanho e forma” (p. 78). Porém, como ocorre as combinações? Para a análise das combinações é necessário ir além da tabela periódica e estudar os níveis que a compõem.

O estudo dos níveis, parte de uma forma geométrica gerada a partir do triângulos platônicos. Essa forma geométrica é uma pirâmide – a pirâmide platônica. Erickson e Fossa, nesta obra, não dispõem nenhum capítulo específico e explicação detalhada sobre a pirâmide platônica, mas o livro, desses autores, intitulado *A Pirâmide Platônica* e um capítulo do livro *Estudos sobre o Número Nupcial*, este último indicado pelos autores em uma nota de rodapé,

analisam essa pirâmide nas teorias platônicas.

A Pirâmide, ou melhor, a estrutura matemática da Pirâmide Platônica, é entendida como uma estrutura que fundamenta a “discussão dos Elementos Materiais no *Timeu*” (p. 78). Quando se reordena essa Pirâmide em sua forma de cubo (como consta em uma figura desse capítulo, *figura 2*), consegue-se “sistematizar as relações entre as potências de 2, 3, e 5 e as suas médias geométrica” (p. 79). Do cubo, Erickson e Fossa conseguem apresentar as variedades dos elementos organizadas em três níveis (p. 80-82) da tabela Periódica Platônica e também as transformações combinatórias desses elementos.

As combinações acontecem a partir da decomposição e composição dos triângulos que formam diferentes sólidos. Os sólidos são as formas geométricas que, ao representarem elementos materiais, constituem a química platônica. Os sólidos regulares que indicam fogo, ar e água podem se decompor e se recombinar por possuírem, nas suas propriedades, uma mesma estrutura geométrica na formação básica de seus triângulos. A terra, representada pelo cubo, não pode se decompor para se recombinar com os outros três sólidos porque o triângulo que define sua estrutura geométrica é diferente do triângulo que estrutura os sólidos: tetraedro (fogo), octaedro (ar) e icosaedro (água).

Mais uma vez, Erickson e Fossa demonstram como o pensamento de Platão⁵⁴ está fortemente marcado por uma linguagem matemática. Esse capítulo se desenvolve, não apenas como uma forma de demonstrar a composição, combinação e transformação entre os diferentes elementos materiais, mas, principalmente, para demonstrar como os números constroem o universo. Não há átomos enquanto propriedades físicas, mas há unicamente propriedades matemáticas que se combinam ou se decompõem para formar as propriedades fenomenológicas percebidas sensorialmente. Aqui podemos especular que Epicuro pode ter acessado esse conhecimento sobre a química em Platão para pensar o átomo como um *eidos* ínfimo.

No sexto capítulo - *A astrologia platônica* - há uma retomada do segundo capítulo sobre o número nupcial no que diz respeito às descobertas das formas dos elementos materiais. O Objetivo de nossos autores é correlacionar esses elementos materiais do número nupcial com os signos do zodíaco. Desse modo, observam que para Platão “Leão, Sagitário e Áries formam o trígono de fogo; Câncer, Escorpião e Peixes formam o trígono de Água; Gêmeos, Libra e Aquário formam o trígono de Ar; e Touro, Virgem e Capricórnio formam o

⁵⁴ Entenda-se que por “pensamento de Platão” não significa simplesmente dizer que é o processo mental desenvolvido por Platão no ato de pensar, mas significa dizer que há um pensamento expresso nos textos, nos escritos de Platão que segue uma só estrutura. Um pensamento que, segundo Erickson e Fossa, possui uma unidade a qual é configurada na estrutura da linha dividida.

trígono de Terra” (p.95). Essas ligações dos signos com os elementos materiais (fogo, água, ar, terra) possibilitam uma melhor identificação das características permanentes do modo de ser das pessoas visto que permitem aos dirigentes da República o domínio de “um instrumento mais preciso para determinar o tipo de personalidade de cada indivíduo porque a astrologia identificará o referido tipo a partir da data de nascimento” (p. 95-96). Nesse capítulo, Erickson e Fossa, utilizando a estrutura geométrica do número nupcial, também estabelecem uma crítica a Cornford sobre o “*thema mundi*” (p. 97) no que examina a criação do universo e a posição dos planetas.

O sétimo capítulo, extraído da *Revista Brasileira de História da Matemática* com o título: *The line and the golden mean*, faz com que o livro adote flexibilidade no seu modo de escrita e fuja de um padrão rigidamente definido por ser o único texto não escrito em português. Porém, porque é um capítulo de suma importância à reflexão sobre as relações complementares entre matemática e metafísica em Platão, entendemos como imprescindível sua substituição por uma tradução em português o que viabilizaria sua leitura ao público geral.

Nesse penúltimo capítulo, Erickson e Fossa analisam a passagem da linha dividida presente no final do Livro VI da República, mas sem a pretensão de explorar a natureza de cada uma das divisões da linha. O objetivo se resume em explorar a natureza da estrutura matemática dessa linha dividida. Acredita-se que Platão descreve o que ficou conhecido na história da matemática desde Euclides até os dias atuais por *proporção áurea* ou *número de ouro*. Nossos autores relacionam a linha dividida em Platão com a noção de *analogia* presente na teoria da proporção de Eudoxus segundo o escrito de Euclides, *Os elementos*, e lançam a possibilidade de Platão ser o primeiro pensador a apresentar por escrito a *proporção de ouro*.

No último capítulo - *Fluxos aditivos e números figurados* - Erickson e Fossa definem como objetivo, através do uso de métodos dos neopitagóricos, analisar as “seqüências de números, chamados fluxos aditivos, em uma ou duas dimensões” (p. 133) relacionando-os com algum dos sólidos regulares. Eles explicam um pouco mais o capítulo anterior e nos remete à discussão nos demais capítulos na medida em que nos faz pensar que é possível encontrar o *número de ouro* a partir de fluxos aditivos a exemplo do fluxo desenvolvido por Leonardo Fibonacci (p. 136-137).

Em suma, Erickson e Fossa conseguem relacionar a ontologia de Platão à matemática demonstrando que não podemos separá-las. Os capítulos seguem uma mesma linha de pensamento enfatizando a geração da metafísica de Platão a partir da matemática e, por conseqüência, a indissociação entre as duas, mas carecem de uma melhor análise explicativa que nos remeta ao texto de Platão em Grego. Porém, essa carência e os limites que

apontamos anteriormente, não diminuem a grandeza assumida pelos autores de refletir sobre convergências tradicionalmente desconsideradas entre a metafísica e a matemática.