

## SOBRE AS RELAÇÕES DE CONSEQUÊNCIA LÓGICA E SEMÂNTICAS MULTIVALENTES

Carolina Blasio\*

**Resumo:** A noção de consequência lógica criada por Tarski é definida como a preservação da verdade, ou de um conjunto de valores-de-verdade, das premissas para a conclusão. Uma vez que a noção de relação de consequência tarskiana é definida com base na bipartição dos valores-de-verdade da semântica, um dos resultados que segue de uma lógica tarskiana é que esta lógica pode ser caracterizada por uma semântica bivalente. Este resultado, conhecido como Redução de Suszko, implicaria a não existência de lógicas multivalentes, se não fosse a existência de noções de relações de consequências generalizadas associadas a semânticas cujo conjunto de valores possuem mais de duas partições. O objetivo do presente trabalho é contribuir para o debate acerca das diferentes noções de relação de consequência e a relação de algumas destas noções com as lógicas multivalentes.

**Palavras-chave:** Relação de Consequência Lógica, Semânticas Multivaloradas, Semânticas Multivalentes.

**Abstract:** The notion of logical consequence created by Tarski is defined as the preservation of truth, or a set of truth-values, from the premises to the conclusion. Since the notion of consequence relation is defined based on the bipartition of the semantics' truth-values, one of the results that follows from a Tarskian logic is this logic can be characterized by a bivalent semantics (Suszko's Reduction). This result would imply the absence of multivalent logics. Nonetheless, there are multivalent logics because there are generalized notions of consequence relations associated with semantics whose set of truth-values has more than two partitions. This paper aims to foment the debate about the several notions of consequence relation and the relationship of some of these notions with multivalent logics.

**Keywords:** Logical Consequence Relation, Manyvalued Semantics, Manyvalent Semantics.

---

\*Doutoranda em Filosofia/UNICAMP. Este artigo foi elaborado com o apoio do CNPq (149706/2011-1).



Sendo a necessidade um dos critérios para que uma relação de consequência se dê, apenas os argumentos ditos dedutivos são objetos da Lógica. Um exemplo de dedução seria:

- (2) Toda abelha é um artrópode.  
 Todo artrópode é um animal.  
 \_\_\_\_\_  
 Logo, toda abelha é um animal. ∴

Uma possibilidade de analisar o argumento (2) é considerarmos os termos “abelha”, “artrópode” e “animal” como conjuntos e as duas premissas como Verdadeiras. Assim sendo, temos que o conjunto “abelha” é um subconjunto de “animal”, logo a conclusão é Verdadeira. Em um argumento dedutivo, a conclusão segue *necessariamente* das premissas, pois, sendo as premissas Verdadeiras, a conclusão também será Verdadeira.

Existe, contudo, tipos de argumentos que não são dedutivos. Nestes argumentos, a verdade da conclusão é no máximo muito provável e não segue necessariamente da verdade das premissas. Charles Peirce (1974) identifica dois tipos de argumentos não dedutivos: a indução e a abdução.

Um argumento do tipo indutivo tem uma conclusão que se baseia no conteúdo dado pelas premissas. Por exemplo:

- (3) Toda criança que eu conheço gosta de brincar.  
 Maria é uma criança.  
 \_\_\_\_\_  
 Logo, Maria gosta de brincar. ∴

Diferentemente da dedução, em uma indução a conclusão pode não ser Verdadeira mesmo que as premissas sejam Verdadeiras.

Um argumento do tipo abdução tem uma conclusão que explica ou cria uma conjectura a respeito do conteúdo fornecido pelas premissas, por exemplo:

- (4) Observa-se que há mais míopes em relação ao passado.  
 Isto parece ocorrer porque vive-se mais em ambientes fechados.  
 \_\_\_\_\_  
 Logo, viver em ambientes fechados é uma das causas da miopia. ∴

Existem alguns estudos, principalmente em Filosofia da Ciência e Pragmatismo, que buscam formalizar o raciocínio indutivo e abdução. É reconhecido que tais tipos de raciocínio são essen-

ciais para o desenvolvimento científico, entretanto, há algum debate sobre como formalizá-los e qual seria a legitimidade destes formalismos enquanto lógicas, uma vez estes que não contemplam o critério de necessidade. Há também quem defenda que a inviabilidade de formalizar tais argumentos e os incluem na chamada Lógica Informal.

A segunda característica tradicionalmente esperada da definição de relação de consequência é a *formalidade*. Em argumentos dedutivos uma relação de consequência pode ser unicamente determinada pela forma dos enunciados envolvidos, sem recorrer a algum tipo de conhecimento empírico. Podemos expressar os argumentos de forma esquemática, expondo a estrutura dos argumentos válidos. Por exemplo: “Se  $p$  então  $q$ ,  $p$ ; logo,  $q$ ” é sempre um argumento válido para qualquer instância de  $p$  ou de  $q$ .

O argumento “Sofia é alérgica a camarão; logo, Sofia não pode comer casquinha de siri.” não pode ser válido se sua formalização não levar em conta informações não declaradas, como “alergia a camarão provém do caso mais amplo de alergia a uma proteína presente em crustáceos”, “o siri e o camarão são crustáceos”, e também “uma pessoa pode morrer se ingerir um alimento ao qual ela tenha alergia”.

A *normatividade* é a terceira característica esperada de uma relação de consequência lógica. A normatividade da relação de consequência, em geral, restringe que para um argumento ser válido, as premissas sejam Verdadeiras e a conclusão seja Falsa. Isto significa que um argumento sempre prescreve algo. Por exemplo: sabendo que o seguinte argumento é válido, “Se chover, Ana vai para casa, mas se fizer sol, Ana vai passear. Chove. Logo, Ana vai para casa.”, podemos garantir que Ana vai para casa após verificar que chove e que a decisão de Ana era de ir para casa caso chovesse.

Os critérios para a noção de relação de consequência lógica podem ser expressos em termos da ideia wittgensteiniana de ‘situação’ (*Sachverhalte*). De acordo com Wittgenstein, um argumento válido é aquele cuja conclusão é Verdadeira em todas as situações em que todas as premissas são Verdadeiras (Wittgenstein, 1921). A relação de consequência lógica é definida de tal forma que é necessária, pois a verdade é preservada em todas as situações; é formal, pois se compromete com a estrutura, e não com o conteúdo do argumento; e também é normativa, pois não há um contraexemplo que demonstre que todas as premissas são Verdadeiras e a conclusão Falsa.

## A relação de consequência tarskiana

A primeira definição formal da noção de relação de consequência entre os enunciados da Lógica Clássica de Primeira Ordem é atribuída a Rudolf Carnap pelo lógico polonês Alfred Tarski (1936): Uma sentença  $\varphi$  segue logicamente do conjunto de sentenças  $\Gamma = \{\gamma_1, \dots, \gamma_n\}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , se e somente se a união de  $\Gamma$  com  $\neg\varphi$  é contraditória, ou seja, qualquer sentença segue de  $\Gamma \cup \{\neg\varphi\}$ . A definição de Carnap, contudo, não é suficiente para expressar uma sentença universal como consequência de infinitas instâncias individuais. Tarski redefiniu a noção de relação de consequência de Carnap em busca de uma noção formal ainda mais geral que fosse adequada ao que se espera de uma consequência lógica. Com a nova noção de relação de consequência Tarskiana torna-se possível demonstrar, por exemplo, que uma sentença universal da forma  $\forall x\varphi$  é consequência de todas as instâncias de  $\varphi$ .

A noção de relação de consequência criada por Tarski é atualmente adotada com poucas modificações por grande parte dos sistemas lógicos formais. Para garantir que a noção de relação de consequência fosse geral e independente da linguagem lógica utilizada, Tarski empregou as definições semânticas de satisfação e modelo. Em termos gerais, dizemos que um certo objeto satisfaz uma determinada propriedade quando a atribuição desta propriedade ao objeto gera uma sentença verdadeira. Por exemplo, '(2, 3, 5)' satisfaz a função ' $x + y = z$ ', ou '(João, Maria)' satisfaz o predicado ' $x$  é irmão de  $y$ '.

Uma estrutura de interpretação possui um domínio, formado por objetos, e uma função que atribui um objeto do domínio a uma sentença. Dado um conjunto de sentenças  $\Gamma$ , dizemos que uma dada estrutura de interpretação é modelo de  $\Gamma$ , quando esta estrutura satisfaz todas as sentenças de  $\Gamma$ . O conceito de relação de consequência é então definido como: "Uma sentença  $\varphi$  é consequência semântica do conjunto de sentenças  $\Gamma$  se, e somente se, todo modelo de  $\Gamma$  é também modelo de  $\varphi$ ". Esta é a definição da relação de consequência em termos de *teoria de modelos*, onde a validade ocorre pela preservação da verdade, ou seja, quando, dada todas premissas Verdadeiras, a conclusão também é Verdadeira. Ou ainda, a validade ocorre quando é incompatível que as premissas sejam Verdadeiras e a conclusão seja Falsa.

Uma relação de consequência tarskiana respeita as seguintes propriedades:

**Reflexividade:** Um enunciado segue de si mesmo.

**Monotonicidade:** Se um enunciado  $\varphi$  segue de um conjunto de enunciados  $\Gamma$ , então este mesmo enunciado  $\varphi$  segue de uma extensão deste conjunto de enunciados  $\Gamma'$ , onde  $\Gamma$  é subconjunto de  $\Gamma'$ .

**Transitividade:** Se um enunciado  $\varphi$  segue de um conjunto de enunciados  $\Delta$  e todo enunciado  $\delta \in \Delta$  segue de um conjunto de enunciados  $\Gamma$ , então  $\varphi$  segue de  $\Gamma$ .

**Compacidade:** Se um enunciado  $\varphi$  segue de um conjunto de enunciados  $\Gamma$ , então existe um subconjunto finito  $\Gamma'$  de  $\Gamma$ , tal que  $\varphi$  segue de  $\Gamma'$ .

**Estruturalidade:** Seja  $\varphi$  um enunciado que segue de um conjunto de enunciados  $\Gamma$ . Então, se todas ocorrências de uma variável que ocorre em  $\varphi$  e nos enunciados de  $\Gamma$  forem substituídas de tal forma que  $\varphi^*$  e  $\Gamma^*$  sejam os enunciados resultantes desta substituição, então  $\varphi^*$  segue de  $\Gamma^*$ .

### Outras noções de relação de consequência

Apesar da noção de relação de consequência tarskiana ser amplamente adotada, notamos na literatura da Lógica algumas noções de relação de consequência diferentes, sobretudo, nas lógicas não-clássicas. Categorizamos algumas destas diferentes noções em três tipos em comparação com a noção de relação de consequência tarskiana: as *extensões*, as *dissidências* e as *generalizações*. Note que estas categorias não são excludentes entre si e nem tem o propósito de exaurir todas as noções de relação de consequência existentes.

Consideramos como uma *extensão* da noção de relação de consequência tarskiana a relação de consequência de conclusão múltipla desenvolvida por Shoesmith & Smiley (1978). A noção de relação de consequência de conclusão múltipla tem sua raiz no cálculo de seqüentes de Gentzen criado na década de 1930. A relação de consequência de conclusão múltipla estende conservativamente a noção tarskiana de relação de consequência admitindo que os argumentos possam ter múltiplos enunciados como conclusão. Um argumento teria, portanto, um conjunto de enunciados como premissas, intuitivamente compreendido como uma conjunção de enunciados, que acarretaria um conjunto de enunciados alternativos como conclusão, intuitivamente compreendido como uma disjunção de enunciados. Por exemplo: “Se chove, então o sertão se enche de flor; e chove; logo, o sertão se enche de flor; ou irá fazer calor no sertão”.

A relação de consequência de conclusão múltipla possui tanto opositores quanto defensores: Por um lado, filósofos antirrealistas questionam o uso da conclusão múltipla por alegar que ela é pouco intuitiva, pois a conclusão, ao ter vários enunciados alternativos, não aponta para qual destes enunciados é, de fato, consequência das premissas (Rumfitt, 2008; Dummett, 1991).

Por outro lado, a noção de consequência de conclusão múltipla é elegante por sua simetria e maior expressividade. Um argumento é válido quando, sendo todas as premissas Verdadeiras, algum enunciado da conclusão é Verdadeiro; ou ainda, um argumento é válido quando, sendo todos enunciados da conclusão Falsos, alguma das premissas é Falsa. Outra forma de expressar a validade é pela incompatibilidade de que todas premissas sejam Verdadeiras e todas as alternativas da conclusão sejam Falsas (Beal & Restall, 2006).

Uma das vantagens de se empregar a relação de consequência de conclusão múltipla é sua maior expressabilidade. Por exemplo, o princípio de explosão da lógica clássica é geralmente expresso pela noção tarskiana como  $\alpha \wedge \neg\alpha \vdash \beta$  (ou seja, é incompatível que  $\alpha \wedge \neg\alpha$  seja Verdadeiro e  $\beta$  seja Falso). Com a noção de conclusão múltipla o princípio de explosão é expresso com maior economia de linguagem:  $\alpha, \neg\alpha \vdash^m$  (ou seja, é incompatível que  $\alpha$  e  $\neg\alpha$  sejam Verdadeiros.).

A noção tarskiana de relação de consequência também possui a limitação de não diferenciar certas lógicas. Lógicas tarskianas cujos argumentos são sempre válidos não são diferenciáveis das lógicas em que todos os enunciados de sua linguagem são verdadeiros. E ainda, a relação de consequência tarskiana não diferencia lógicas em que todos os enunciados de sua linguagem são falsos das lógicas em que todos os enunciados de sua linguagem possuem um único e mesmo valor. Estas distinções são expostas quando a relação de consequência de conclusão múltipla é adotada (Marcos, 2005).

O grupo de noções *dissidentes* de relações de consequência lógica é caracterizado pela modificação da definição de relação de consequência tarskiana com o propósito de fornecer uma alternativa. Neste grupo destacam-se a relação de consequência das lógicas relevantes e a das lógicas intuicionistas, ou construtivistas. Estas noções, em geral, possuem propriedades semelhantes à noção de relação de consequência tarskiana, mas discordam de seus fundamentos conceituais. Em geral, as relações de consequência dissidentes estão no cerne dos debates entre a existência de um único tipo de lógica, o monismo lógico, e a posição de que haveriam noções igualmente boas de relações de consequência, o pluralismo lógico.

A relação de consequência das lógicas *relevantes* restringe a compreensão do que seja “seguir de”. Falha o princípio de explosão: um enunciado qualquer  $\beta$  não segue de  $\alpha \wedge \neg\alpha$ , uma vez que  $\beta$  não está implícito em  $\alpha \wedge \neg\alpha$ . Além disso, também falha o princípio do terceiro excluído: nem sempre um argumento cuja conclusão seja da forma  $\alpha \vee \neg\alpha$  é válido. Não basta que a conclusão seja Verdadeira em todos os casos que as premissas sejam Verdadeiras, pois as premissas precisam também ser relevantes para a conclusão. A noção de consequência relevante exige que as premissas e a conclusão possuam termos ou (sub)fórmulas em comum. Exemplo: “Natal é uma cidade ensolarada. Ponta Negra é uma praia urbana de Natal. Os turistas gostam de Ponta Negra. Logo, os turistas gostam de uma praia urbana de Natal”, pois os termos “turistas” e “praia urbana de Natal” presentes na conclusão fazem parte das premissas. Não é possível concluir, no entanto, que “ou os turistas gostam de Pipa ou os turistas não gostam de Pipa”, pois “Pipa” não é um termo das premissas.

A noção de consequência das lógicas *intuicionistas*, ou construtivistas, exige que a partir das premissas se possa apresentar uma construção da conclusão. Esta noção não admite a lei do terceiro excluído ( $\vdash \varphi \vee \neg\varphi$ ) nem a regra da eliminação da dupla negação ( $\neg\neg\varphi \vdash \varphi$ ). Para um argumento ser válido, dadas premissas Verdadeiras e justificadas por uma construção de acordo com certas regras, a conclusão deve ser Verdadeira e justificada por uma construção de acordo com as mesmas regras usadas na construção das premissas.

As noções de consequência lógica que *generalizam* a noção tarskiana tem como característica não possuir uma ou mais de suas propriedades. As mais conhecidas e estudadas destas noções são as relações de consequência não-monotônicas, em que falha a propriedade de monotonicidade. A noção de consequência não-monotônica foi desenvolvida para capturar e representar inferências que representam melhor o nosso cotidiano, onde existem situações em que algo é concluído de forma válida e situações em que a mesma coisa é inválida devido a alguma nova informação. Por exemplo: “Todo pássaro voa. Piu-piu é um pássaro. Logo, Piu-piu voa” é um argumento válido, mas ao acrescentarmos “pinguins não voam” e “Piu-piu é um pinguim” como premissas, o argumento deixa de ser válido.

Outras classes de relações de consequência generalizadas apareceram recentemente na literatura e possuem importância no estudo das lógicas não-clássicas multivaloradas. A primeira a surgir foi a *quasi-consequence*, ou *emphq-consequence* de (Malinowski, 1990), que não é reflexiva. A seguir surge outras definições como a *plausible-consequence*, ou *p-consequence*, de

(Frankowski, 2004), que não é transitiva. Como veremos a seguir, estas relações colocam em cheque a própria noção de relação de consequência ao não possuírem propriedades consideradas fundamentais da noção de consequência tarskiana.

## Multivaloração e multivalência

Vimos que a noção de consequência tarskiana tem como característica a preservação da verdade das premissas para a conclusão. Quando uma relação de consequência tarskiana está associada a uma semântica multivalorada esta característica se mantém não em termos da preservação do valor-de-verdade Verdadeiro, mas da preservação de um conjunto de valores-de-verdade ditos designados, que é um subconjunto do conjunto de valores-de-verdade da semântica.

Um exemplo de lógica multivalorada é a Lógica do Paradoxo de Graham Priest. Nesta lógica a semântica possui três valores-de-verdade (Verdadeiro, Falso e Verdadeiro-e-Falso) e destes, dois são designados (Verdadeiro e Verdadeiro-e-Falso). A consequência lógica é definida como a preservação tanto do valor “Verdadeiro” quanto do valor “Verdadeiro-e-Falso” resultando em uma lógica não-clássica paraconsistente. Devemos notar que a Lógica do Paradoxo possui a mesma noção de definição de consequência lógica que a Lógica Clássica, que é a noção tarskiana.

A concepção de multivaloração na lógica moderna foi introduzida pelo lógico polonês Jan Łukasiewicz, que acrescentou o valor-de-verdade Indeterminado aos valores fregeanos tradicionais de Verdade e Falsidade. De acordo com Łukasiewicz, o Indeterminado seria um passo além da dicotomia Aristotélica entre o ser e o não-ser. A noção de multivaloração, no entanto, recebeu duras críticas do também lógico polonês Roman Suszko.

Suszko defendia a tese de que existem “apenas dois valores-de-verdade”. De acordo com Suszko, as ideias de Łukasiewicz sobre multivaloração se baseavam em uma confusão entre valores algébricos —aquilo que as sentenças denotam— e valores lógicos —a Verdade e a Falsidade. Sendo assim, os três valores-de-verdade da semântica criada por Łukasiewicz seriam valores algébricos e não valores lógicos.

A denominada Tese de Suszko defende, portanto, a distinção acerca da natureza dos valores-de-verdade. Haveriam dois níveis semânticos para os valores-de-verdade: o nível ontológico relativo à denotação das sentenças e o nível lógico relativo à verdade e à falsidade. De acordo

com Suszko, o conjunto de valores-de-verdade,  $\mathcal{V}$ , representa o conjunto de valores algébricos, em que cada valor denotaria as possíveis referências das sentenças. O conjunto de valores designados,  $\mathcal{D}$ , e seu complemento, o conjunto de valores não-designados,  $\mathcal{U}$ , representariam os valores-de-verdade lógicos propriamente ditos (Suszko, 1975a; Suszko, 1977).

A concepção de valor-de-verdade clássica só poderiam ser negada no nível ontológico com o acréscimo de novos valores algébricos, mas permaneceria no nível lógico pela própria noção de relação de consequência tarskiana, cuja definição depende da partição dos valores-de-verdade entre designados e não-designados.

Os valores-de-verdade denotariam, portanto, duas coisas diferentes: os elementos de  $\mathcal{V}$  e as partições de  $\mathcal{V}$ . Desta maneira, adotaremos o termo *lógica multivalorada* para designar uma lógica cuja a cardinalidade do conjunto de valores-de-verdade seja maior do que dois e *lógica multivalente* para designar uma lógica cujo conjunto de valores-de-verdade da semântica tenha mais de uma partição.

Dada a insatisfação com as lógicas multivaloradas, Suszko buscou mostrar formalmente como toda semântica multivalorada, a qual uma relação de consequência tarskiana está associada, pode ser caracterizada de forma bivalente. A chamada Redução de Suszko teve como ponto de partida a descrição bivalorada da lógica de Łukasiewicz em (Suszko, 1975b), mas foi com Malinowski que foi demonstrado que a Redução de Suszko poderia ser aplicada a qualquer lógica multivalorada. Somente mais tarde foi desenvolvido um procedimento que encontra uma semântica bivalente adequada para qualquer semântica multivalorada em (Caleiro et al., 2003)<sup>1</sup>.

A *quasi-consequence*, ou *q-consequence*, surge da motivação dada pela ontologia de Łukasiewicz de que haveriam situações indeterminadas. Contestando a Tese de Suszko, Grzegorz Malinowski foi o primeiro a ir além da partição dos valores-de-verdade entre designados e não-designados apresentando uma semântica multivalente associada a uma noção não tarskiana de relação de consequência. Ao criar a *q-consequence*, Malinowski (1990) triparticiona o conjunto dos valores-de-verdade tomando dois subconjuntos disjuntos: os valores Aceitos e os valores Rejeitados. Como a união dos valores Aceitos com os valores Rejeitados não precisa ser igual ao conjunto dos valores-de-verdade, há margem para que existam valores-de-verdade nem Aceitos e nem Rejeitados.

<sup>1</sup> Sobre a Tese e a Redução de Suszko cf. (Molick, 2015).

A definição de *q-consequence* é dada por: um enunciado é válido se dadas premissas não-Rejeitadas, a conclusão é Aceita. Ou ainda, é incompatível que todas as premissas não sejam Rejeitadas e a conclusão não seja Aceita. Esta noção não é reflexiva, dado que um enunciado de valor nem Aceito e nem Rejeitado não pode ser consequência dele mesmo, pois pela definição é incompatível que a premissa não seja Falsa e a conclusão não seja Verdadeira.

Em (Frankowski, 2004), Szymon Frankowski apresenta uma versão diferente de tripartição dos valores-de-verdade e introduz uma noção de relação de consequência dual à *q-consequence* chamada *plausible-consequence*, ou *p-consequence*. A motivação da *p-consequence* é de ser um raciocínio que lida com conjecturas. Sua semântica associada possui valores Aceitos ou valores Rejeitados, sendo possível haver valores que sejam ao mesmo tempo Aceitos e Rejeitados. A definição de *p-consequence*, é dada por: um argumento é válido se dadas premissas Verdadeiras, a conclusão é não-Falsa. Ou, é incompatível que todas premissas sejam Verdadeiras e a conclusão Falsa.

A *p-consequence* é reflexiva, mas não transitiva. Para mostrar que a transitividade não vale, suponha que as premissas de uma dada consequência são Verdadeiras e estas acarrete somente sentenças cujo valor é Indeterminado. E suponha também que parte destas sentenças sejam premissas de um segundo argumento, e estas acarretem uma consequência Falsa. Como não pode ser o caso que as premissas sejam Verdadeiras e a consequência Falsa, a transitividade não pode ser uma propriedade desta noção de consequência.

Seguindo a ideia de introduzir novas partições ao conjunto de valores-de-verdade, novas semânticas multivalentes foram geradas. E com novas semânticas multivalentes, novas relações de consequência que generalizam a noção de relação de consequência tarskiana são definidas. As questões que deixaremos em aberto para futuros trabalhos é: Como seriam estas novas noções de relações de consequências associada às semânticas multivalentes? O que estas noções teriam em comum com a noção de relação de consequência tarskiana? O que fariam estas noções serem de fato relações de consequência lógicas??

## Referências

Beal, J. & Restall, G. *Logical Pluralism*. Oxford University Press, 2006.

Caleiro, C.; Carnielli, W.A.; Coniglio, M.E. & Marcos, J. Suszko's thesis and dyadic semantics. *Preprint available at: <<http://wslc.math.ist.utl.pt/ftp/pub/CaleiroC/03-CCCM-dyadic1.pdf>>*, 2003.

- Dummett, M. *The Logical Basis of Metaphysics*. Harvard University Press, 1991.
- Frankowski, S. Formalization of a plausible inference. *Bulletion of the Section of Logic*, v. 33, p. 41–52, 2004.
- Malinowski, G.  $q$ -consequence operation. *Reports on mathematical Logic*, v. 24, n. 1, p. 49–59, 1990.
- Marcos, J. Ineffable inconsistencies. In: *Logics of Formal Inconsistency*. Lisboa: Fundação Biblioteca Nacional, 2005. p. 291–300.
- Molick, S. *Of madness and many-valuedness: an investigation into Suszko's Thesis*. Dissertação (Mestrado), UFRN, 2015.
- Peirce, C. S. *Collected Papers of Charles Sanders Peirce (1931-1958)*. [S.l.]: Harvard University Press, 1974. v. 5.
- Rumfitt, I. Knowledge by deduction. *Grazer Philosophische Studien*, v. 77, p. 61–84, 2008.
- Shoesmith, D. J. & Smiley, T. J. *Multiple-Conclusion Logic*. Cambridge, MA: Cambridge University Press, 1978.
- Suszko, R. Abolition of the fregean axiom. In: *Logic Colloquium*, 1975. p. 169–239.
- Suszko, R. Remarks on lukasiewicz's three-valued logic. *Bulletin of the Section of Logic*, v. 4, n. 3, p. 87–90, 1975.
- Suszko, R. The fregean axiom and polish mathematical logic in the 1920's. *Studia Logica*, v. 36, p. 373–380, 1977.
- Tarski, A. On the concept of logical consequence. In: Corcoran, J. (Ed.). *Logic, Semantics, Metamathematics: papers from 1923 to 1938*. Hackett, 1983 (1936). p. 409–420.
- Wittgenstein, L. *Tractatus Logico-Philosophicus (Logisch-philosophische Abhandlung)*. Ogden/Ramsey and Pears/McGuinness English translations, 2015 (1921). Disponível em: <<http://people.umass.edu/phil335-klement-2/tlp/tlp.html>>.